

УДК 519.8(075.8);621.31.017

Ю. Е. МЕГЕЛЬ, д-р техн. наук, проф.

А. П. РУДЕНКО, канд. техн. наук, доцент

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства, г. Харьков

А. И. РЫБАЛКА, канд. физ.-мат. наук, доцент

Харьковский университет радиоэлектроники, г. Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ПОТЕРЬ В СЕТЯХ

Рассмотрена математическая модель задачи оптимизации и метод ее решения, с использованием современных программных средств, на примере моделирования сети электроснабжения определяемой структурой сети и энергопотоками в ней, параметрами источников электроснабжения, линий электропередач, распределительных пунктов и тому подобное.

Розглянуто математичну модель задачі оптимізації і метод її вирішення, з використанням сучасних програмних засобів, на прикладі моделювання мережі електрозабезпечення, яка визначається структурою мережі і енергопотоками в ній, параметрами джерела електрозабезпечення, ліній електропередач, розподільчими пунктами і тому подібним.

Введение

Одной из важных проблем экономики является энергосбережение и повышение эффективности использования имеющихся энергоресурсов. Украина имеет значительное количество мощных электростанций и электросетей которые являются одним из основных средств развития ее экономики и удовлетворение потребностей населения. Очевидно, что одним из основных условий эффективной эксплуатации всей электроэнергетической системы есть минимизация потерь электроэнергии в сети электроснабжения.

Анализ последних исследований и публикаций

Особенность замкнутых электрических сетей связана с тем, что, кроме внедрения общих мероприятий по снижению потерь мощности и электроэнергии, потери в таких сетях можно снизить за счет перераспределения потоков мощностей, которое реализуется снижением неоднородности параметров сети, размыканием сети или продольно-поперечным регулированием потоков мощности.

Основным условием работы электрической сети с минимальными потерями является ее рациональное построение. При этом особое внимание должно быть уделено правильному определению точек деления в замкнутых сетях, экономичному распределению активных и реактивных мощностей, внедрению замкнутых и полузамкнутых схем сети 0,4 кВ.

Потери энергии в рационально построенных и нормально эксплуатируемых сетях не должны превышать обоснованного технологического расхода энергии при ее передаче и распределении. Мероприятия по снижению потерь энергии должны проводиться в сетях, где есть те или иные отклонения от рационального построения и оптимального режима эксплуатации.

Применение современных математических методов расчета позволяет минимизировать технологические расходы электроэнергии и довести их до технически обоснованных величин [1, 2, 3].

Постановка задачи

Современные сети снабжения и потребления электроэнергии имеют достаточно сложную структуру, в которой возникает задача изменения распределения потоков электроэнергии у поставщиков и потребителей электроэнергии определяемых потребностями социально-экономического развития отдельных предприятий, городов,

регионов и страны в целом. При осуществлении этих изменений в электросети требуется минимизация потерь электроэнергии в результате этих изменений. Научно обоснованное решение таких задач можно найти с помощью математических моделей и методов оптимизации [4, 5, 6]

Основной материал

Математическая модель задачи оптимизации и метод ее решения (нахождение оптимального плана) зависит от содержательной постановки, заданных условий (ограничений) и цели (целевой функции) конкретной задачи. Моделирование сети электроснабжения определяется структурой сети и энергопотоков в ней, параметрами источников электроснабжения, линий электропередач (ЛЭП), распределительных пунктов (Рп) и тому подобное.

В данной работе рассмотрим оптимизацию распределения потоков электроэнергии в радиальной электросети, которая заключается в оптимальном подключении n новых потребителей электроэнергии мощностью P_j каждого ($j = 1, 2, \dots, n$) к m распределительным пунктам ($i = 1, 2, \dots, m$) в существующей сети (рис. 1). Каждый i -й распределительный пункт имеет установленную (максимально допустимую) мощность Q_i квт, из которой q_i квт отбирают существующие потребители.

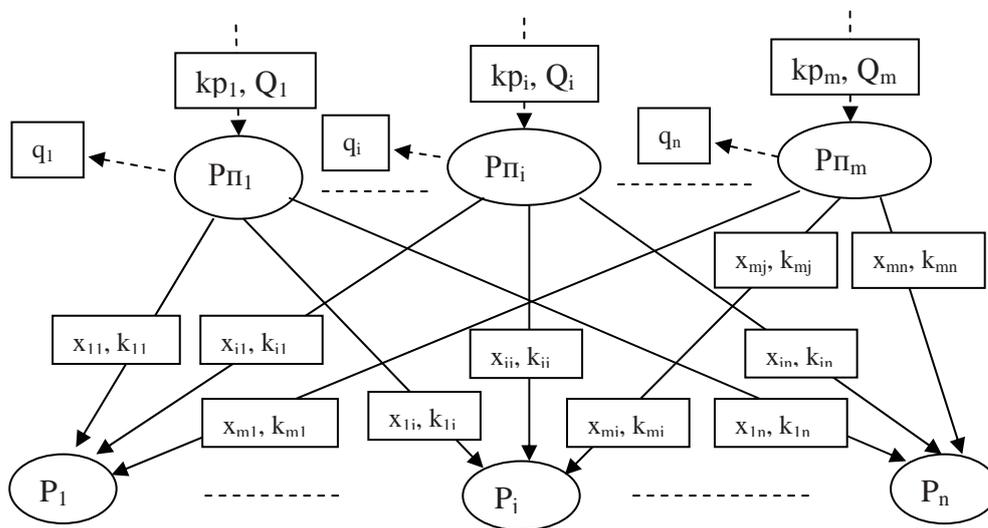


Рис.1. Пример трехфазной радиальной сети

Известно, что все сети электроснабжения (за исключением специальных) являются 3-фазными и потери s мощности в любой 3-фазной симметрично нагруженной ЛЭП пропорциональны квадрату мощности P , которая передается по этой ЛЭП.

$$s = 3 \cdot r \cdot i^2 = \frac{r}{U^2 \cdot \cos^2(\varphi)} \cdot P^2 = k \cdot P^2, \quad k = \frac{r}{(U \cdot \cos(\varphi))^2}, \quad (1)$$

где r , U , $\cos(\varphi)$ – заданные параметры ЛЭП (электрическое сопротивление одного провода, напряжение и коэффициент мощности).

Необходимо определить такой оптимальный план распределения снабжения новых мощностей P_j от заданных распределительных пунктов $Рп_i$ к каждому из всех новых потребителей, в котором общие потери мощности во всей сети электроснабжения в результате подключения новых мощностей с учетом существующих потребителей будут минимально-возможными. В этой задаче будем считать, что каждый потребитель может быть подключен к каждому $Рп$, как это показано на рис. 1. Обозначив неизвестной x_{ij} мощность, которую получает новый j -й потребитель из i -го распределительного пункта $Рп_i$,

запишем все неизвестные а также мощности Q_i распределительных пунктов, q_i – существующих и P_j – новых потребителей в виде матрицы

$$\begin{matrix}
 x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} & Q_1 - q_1 \\
 x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} & Q_2 - q_2 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} & Q_i - q_i \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} & Q_m - q_m \\
 P_1 & P_2 & \cdots & P_j & \cdots & P_n &
 \end{matrix} . \quad (2)$$

Система ограничений для заданной сети состоит из двух групп основных ограничений: m неравенств на допустимую нагрузку каждого распределительного пункта с учетом мощностей q_i нужных для существующих потребителей:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq Q_i - q_i, \quad x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m} \quad (3)$$

и n уравнений по обеспечению мощностью каждого нового потребителя:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = P_j, \quad x_{ij} \geq 0, \quad j = \overline{1, n} . \quad (4)$$

Считаем что ограничения на допустимые потери напряжения ΔU в ЛЕП учтены при определенных максимально-допустимых мощностей Q_i распределительных пунктов и ЛЕП. Запишем общие потери мощностей в данной сети (целевую функцию) обусловленные всеми новыми потребителями, учитывая (1) и считая параметры всех ЛЕП k_{pi} , k_{ij} , U , $\cos(\varphi)$ известными:

$$S = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n k_{ij} \cdot x_{ij}^2 + \sum_{i=1}^m k_{pi} \cdot \left(q_i + \sum_{j=1}^n k'_{ij} x_{ij} \right)^2 \rightarrow \min \quad (5)$$

Раскроем квадрат сомножителя во второй составляющей формулы (5)

$$\left(q_i + \sum_{j=1}^n x_{ij} \right)^2 = q_i^2 + 2 \cdot q_i \cdot \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 + 2 \cdot \sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \sum_{k=j+1}^n x_{ik} ,$$

и получаем

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n k_{ij} \cdot x_{ij}^2 + \sum_{i=1}^m k_{pi} \cdot \left(q_i^2 + 2 \cdot q_i \cdot \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 + 2 \cdot \sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \sum_{k=j+1}^n x_{ik} \right) = \\
 &= \sum_{i=1}^m k_{pi} \cdot q_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^m k_{pi} \cdot q_i \cdot \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^m k_{pi} \cdot \sum_{j=1}^n (1 + k_{ij}) \cdot x_{ij}^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^m k_{pi} \cdot \sum_{j=1}^{n-1} x_{ij} \cdot \sum_{k=j+1}^n x_{ik} \rightarrow \min. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Система линейных ограничений (3), (4) и квадратичная функция цели (5), свидетельствует о том что мы получили модель задачи квадратичного программирования [3,4], которая имеет $m \times n$ неизвестных и $m+n$ ограничений. Для исследования условий существования точки седла данной модели квадратичной задачи, необходимого для нахождения оптимального ее решения с помощью теоремы Куна-Таккера, перепишем модель данной задачи в таком виде, в котором неизвестные обозначаются сплошной нумерацией с одним индексом рис.2. Тогда матрицу (2) запишется в виде матрицы (7) :

$$\begin{array}{ccccccc}
 x_1 & x_2 & \dots & x_j & \dots & x_n & Q_1 - q_1 \\
 x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_{n+j} & \dots & x_{2n} & Q_2 - q_2 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_{(i-1)n+1} & x_{(i-1)n+2} & \dots & x_{(i-1)n+j} & \dots & x_{(i-1)n+n} & Q_i - q_i \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_{(m-1)n+1} & x_{(m-1)n+2} & \dots & x_{(m-1)n+j} & \dots & x_{(m-1)n+n} & Q_m - q_m \\
 P_1 & P_2 & \dots & P_j & \dots & P_n &
 \end{array} \quad (7)$$

Теперь система ограничений (3) и (4) записывается в виде (8) -(11) а функция цели S в виде (12) -(15) :

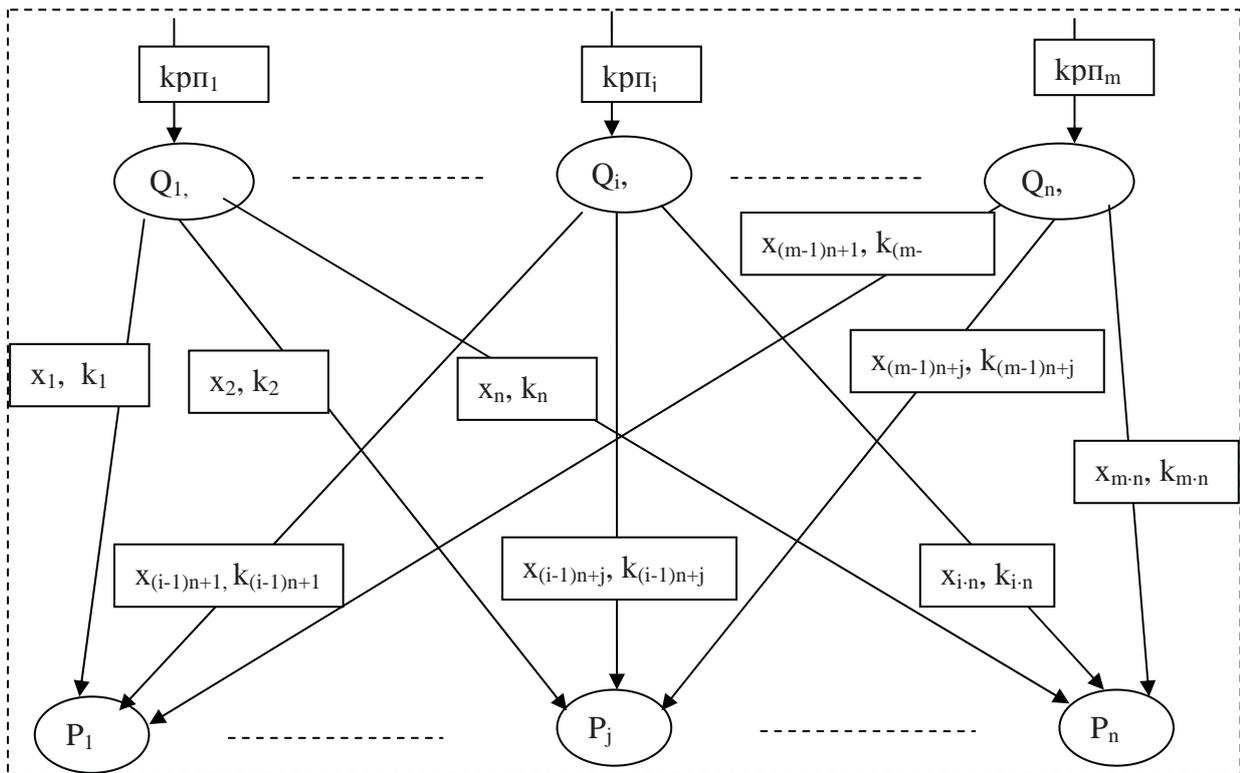


Рис. 2. Пример данной модели задачи для решения с помощью теоремы Куна-Таккера

$$\begin{array}{l}
 1) x_1 + x_2 + \dots x_j + \dots x_n \leq Q_1 - q_1, \\
 2) x_{n+1} + x_{n+2} + \dots x_{n+j} + \dots x_{2n} \leq Q_2 - q_2, \\
 \dots \\
 i) x_{(i-1)n+1} + x_{(i-1)n+2} + \dots x_{(i-1)n+j} + \dots x_{(i-1)n+n} \leq Q_i - q_i, \\
 \dots \\
 i) x_{(m-1)n+1} + x_{(m-1)n+2} + \dots x_{(m-1)n+j} + \dots x_{(m-1)n+n} \leq Q_m - q_m,
 \end{array} \quad (8)$$

после преобразования получаем:

$$\sum_{j=(i-1)n+1}^{i-n} x_j \leq Q_i - q_i, \quad x_j \geq 0, \quad i = \overline{1, m} \quad (9)$$

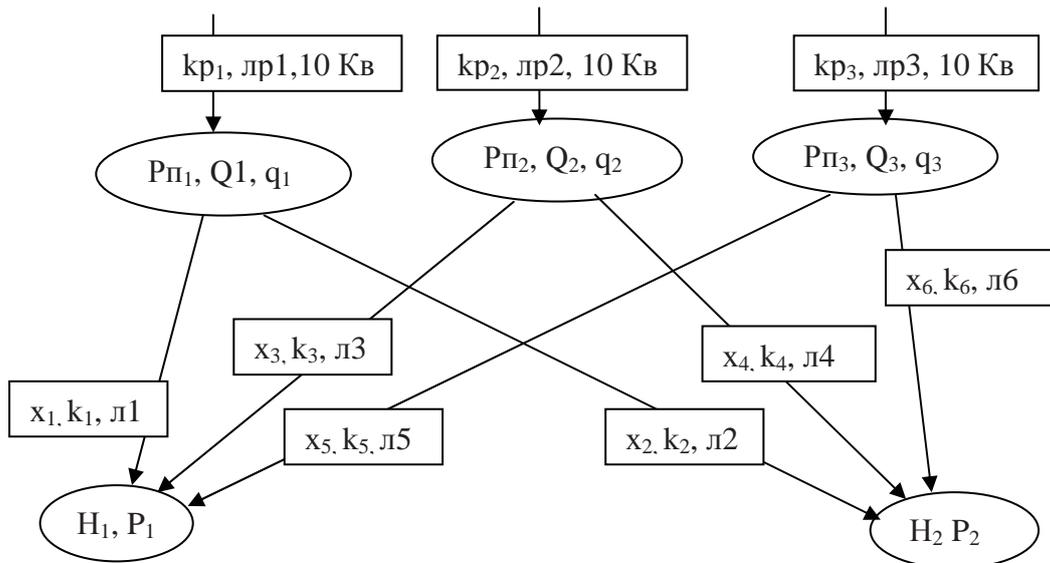


Рис. 3. Пример нахождения оптимального плана электроснабжения 2-х новых потребителей в радиальной электрической сети

В данном случае матрица задачи будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{array}{ccc}
 x_1 & x_2 & Q_1 - q_1 \\
 x_3 & x_4 & Q_2 - q_2 \\
 x_5 & x_6 & Q_3 - q_3 \\
 P_1 & P_2 &
 \end{array} \tag{16}$$

Система ограничений примет вид:

$$\begin{array}{l}
 1) \ x_1 + x_2 \leq Q_1 - q_1, \\
 2) \ x_3 + x_4 \leq Q_2 - q_2, \\
 3) \ x_5 + x_6 \leq Q_3 - q_3, \\
 4) \ x_1 + x_3 + x_5 = P_1, \\
 3) \ x_2 + x_4 + x_5 = P_2.
 \end{array} \tag{17}$$

Общие потери мощности в сети будут равны

$$S = \sum_{i=1}^3 k p_i q_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^3 k p_i \cdot q_i \cdot \sum_{l=(i-1) \cdot 2+1}^{2i} x_l + \sum_{i=1}^3 k p_i \sum_{l=(i-1) \cdot 2+1}^{2i} k_l \cdot x_l^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^3 k p_i \sum_{l=(i-1) \cdot 2+1}^{2i-1} x_l \cdot \sum_{r=l+1}^{i-n} x_r \rightarrow \min, \tag{18}$$

$$S' = 2 \cdot \sum_{i=1}^3 k p_i \cdot q_i \cdot \sum_{l=(i-1) \cdot 2+1}^{2i} x_l + \sum_{i=1}^3 k p_i \sum_{l=(i-1) \cdot 2+1}^{2i} k_l \cdot x_l^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^3 k p_i \sum_{l=(i-1) \cdot 2+1}^{i-2-1} x_l \cdot \sum_{r=l+1}^{i-2} x_r \rightarrow \min. \tag{19}$$

Подставляя в (17) - (19) числовые данные из табл. 1 получим:

$$\begin{array}{l}
 1) \ x_1 + x_2 \leq 200, \\
 2) \ x_3 + x_4 \leq 80, \\
 3) \ x_5 + x_6 \leq 120 \\
 4) \ x_1 + x_3 + x_5 = 100, \\
 3) \ x_2 + x_4 + x_5 = 200
 \end{array} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 S' &= 2 \cdot 0,062 \cdot 120 \cdot (x_1 + x_2) + 2 \cdot 0,066 \cdot 100 \cdot (x_3 + x_4) + \\
 &+ 2 \cdot 0,039 \cdot 440 \cdot (x_5 + x_6) + 0,062 \cdot 1,23 \cdot x_1^2 + 0,062 \cdot 1,3 \cdot x_2^2 + \\
 &0,066 \cdot 1,54 \cdot x_3^2 + 0,066 \cdot 0,89 \cdot x_4^2 + 0,039 \cdot 1,63 \cdot x_5^2 + \\
 &+ 0,039 \cdot 1,4 \cdot x_6^2 + 2 \cdot 0,062 \cdot x_1 \cdot x_2 + 2 \cdot 0,066 \cdot x_3 \cdot x_4 + 2 \cdot 0,039 \cdot x_5 \cdot x_6 = \\
 &9103,2 + 14,88 \cdot (x_1 + x_2) + 13,2 \cdot (x_3 + x_4) + \\
 &+ 34,32 \cdot (x_5 + x_6) + 0,076 \cdot x_1^2 + 0,0806 \cdot x_2^2 + 0,101 \cdot x_3^2 + \\
 &+ 0,059 \cdot x_4^2 + 0,064 \cdot x_5^2 + 0,055 \cdot x_6^2 + 0,124 \cdot x_1 \cdot x_2 + \\
 &0,132 \cdot x_3 \cdot x_4 + 0,078 \cdot x_5 \cdot x_6 \\
 S &= S' + 0,062 \cdot 120^2 + 0,066 \cdot 100^2 + 0,039 \cdot 440^2 = S' + 9103,2 \quad (21)
 \end{aligned}$$

В результате решения данной задачи получаем оптимальный план $x_1=87,66$, $x_2=83,5$, $x_3=0$, $x_4=80$, $x_5=12,34$, $x_6=36,5$, $S'=7846$, $S=9119+S'=16967$

Рассмотрим нахождение оптимального плана для данного примера с помощью программы "Поиск решения" электронной таблицы Excel. В табл.2 показан фрагмент листа Excel, который выбран для введения значений неизвестных, заданных параметров, расчетных выражений для вычисления средствами Excel составляющих функции цели S и самой функции цели по формулам (18) (19). Общие выражения для вычисления S' записаны в клеточке B10 а для S - в клеточке B11 листа Excel.

Таблица 2

Расчетные данные для введения в лист Excel

A	B	C	D	E	F	G	H	I		
Пример 1 Нахождение оптимального плана										
3	H1	H2	q(i)	Σ	Q(i)	kp(i)	kp(i)·q(i) ²	kp(i)·q(i)·Σx		
4	Pп1	x(1)	x(2)	120	B4+C4+D4	320	0,062	G4*D4 ²	G4*D4*(B4+C4)	
5	Pп2	x(3)	x(4)	100	B5+C5+D5	180	0,07	G5*D5 ²	G5*D5*(B5+C5)	
6	Pп3	x(5)	x(6)	440	B6+C6+D6	560	0,039	G6*D6 ²	G6*D6*(B6+C6)	
7	Σ	B3+B4+B5	c3+c4+c5				H4+H5+H6	I4+I5+I6		
8	P(1),									
8	P(2)	100	200							
9	k(l)=	1.23	1.3	1,54	0.89	1,63	1,4			
10	S' =	2*17+G4*(B9+B4 ² +C9*C4 ²)+G5*(D9*B5 ² +E9*C5 ²)+ B12+G6*(F9*B6 ² +G9*C6 ²)+2*(G4*B4*C4+G5*B5*C5+G6*B6*C6)								
11	S =	I7+S'								
12	Заданные параметры ЛЕП 0,4 Кв									
13		Лр1	Лр2	Лр2	Л1	Л2	Л3	Л4	Л5	Л6
14	r	3.50	5.00	2.50	0.16	0.15	0.20	0.12	0.18	0.14
15	Cos(φ)	0.75	0.87	0.80	0.90	0.85	0.90	0.92	0.83	0.79

В табл. 3 показан этот же фрагмент после введения всех заданных параметров и расчетных выражений согласно табл.2 для нулевых начальных значений всех неизвестных $x_1=x_2=x_3=x_4=x_5=x_6=0$.

После открытия диалогового окна программы "Поиск решения" необходимо указать в соответствующих полях этого окна адрес B10 клеточки S' , адреса массива клеточек B4 : C6 для неизвестных и систему ограничений (20). После введения данных в окне "Поиск решения" кнопкой "Параметры" открыть окно параметров, где установить "Неотрицательные значения", нажатием кнопки Ок вернуться в окно "Поиск решения", в котором нажать кнопку "Выполнить". Результаты решения показаны в табл. 4.

Таблица 3

Заданные и вычисленные параметры модели задачи для нулевых значений всех неизвестных ($x_1=x_2=x_3=x_4=x_5=x_6=0$)

		B	C	D	E	F	G	H	I	
		Пример 1 Нахождение оптимального плана								
		H(1)	H(2)	q(i)	Σ	Q(i)	kp(i)	kp(i)·q(i) ²	kp(i)·q(i)· Σ x	
4	Rп(1)	0	0	120	120	320	0.062	1296	0	
5	Rп(2)	0	0	100	100	180	0.066	1200	0	
6	Rп(3)	0	0	440	440	560	0.039	19360	0	
7	Σ	0	0	660			Σ	21856	0	
8	P(1), P(2)	100	200							
9	k(l)	1.23	1.3	1.54	0.89	1.63	1.4			
10	S' =	0								
11	S =	9119.09								

Таблица 4

Результаты расчета оптимального плана для данного примера в таблице Excel

		B	C	D	E	F	G	H	I	J
		Пример 1 Определение оптимального плана								
		H(1)	H(2)	q(i)	Σ	Q(i)	kp(i)	kp(i)·q(i) ²	kp(i)·q(i)· Σ x	
4	Rп(1)	87.66	83.5	120	291.2	320	0.06222	896	1278.32	
5	Rп(2)	0	80	100	180	180	0.06606	660.589246	528.471	
6	Rп(3)	12.34	36.5	440	488.8	560	0.03906	7562.5	838.697	
7	Σ	100	200	660				9119.08925	2645.48	
8	P(1), P(2)	100	200							
9	k(l)	1.235	1.3	1.543	0.886	1.633038	1.40202			
10	S' =	7848	Ват							
11	S =	16967	Ват							
12		Заданные параметры ЛЕП								
13		Лр(1)	Лр(2)	Лр(2)	Л(1)	Л(2)	Л(3)	Л(4)	Л(5)	Л(6)
14	r	3.50	5.00	2.50	0.16	0.15	0.20	0.12	0.18	0.14
15	Cos(φ)	0.75	0.87	0.80	0.90	0.85	0.90	0.92	0.83	0.79
16	U Kv	10	10	10	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

В результате решения данной задачи получаем оптимальный план $x_1=87,66$, $x_2=83,5$, $x_3=0$, $x_4=80$, $x_5=12,34$, $x_6=36,5$, $S'=7846$, $S=9119+S'=16967$. Следовательно оптимальным является следующее распределение нагрузок новых потребителей H_1 и H_2 : у первого потребителя 87.66 киловатт подключить к $R_{п1}$ и 12,34 киловатт – к $R_{п3}$, а у второго - 83,5 киловатт подключить к $R_{п1}$, 80 киловатт – к $R_{п2}$ и 36,5 – к $R_{п3}$. При этом обеспечивается минимальное увеличение общих потерь в сети на 7,848 киловатт

Выводы

Предложенный подход к оптимизации распределения мощностей с целью минимизации их потерь в существующих электросетях показывает, что математическая модель таких задач независимо от сложности сети представляет собою задачу квадратичного программирования, для которой известны и достаточно исследованы как аналитические, так и вычислительные методы нахождения оптимального плана. Реальные электросети более сложные по сравнению с примерами, приведенными в работе, но методика формулирования данных моделей остается неизменной и позволяет оперативно найти оптимальный план с помощью табличного процессора Excel и его приложений. Недостатками данной модели

является то, что мощности распределяются на непрерывные, а не дискретные части, а также отсутствие ограничений на допустимые напряжения у потребителей. Эти недостатки, могут быть устранены дополнительными ограничениями и применением дискретной модели.

Список литературы

1. Дерзский В. Г. Выбор мероприятий по снижению потерь электроэнергии в распределительных сетях / Дерзский В. Г., Скиба В. Ф. // Энергосбережение • Энергетика • Энергоаудит. – 2009. – № 6.
2. Герасименко А. А. Моделирование, анализ и оптимизация режимов питающих и распределительных электрических сетей энергосистемы / А. А. Герасименко, А. В. Любин, А. В. Тихонович // Вестник КрасГАУ, Красноярск: – 2005. – С. 226–237.
3. С. А. Тимчук. Модели и методы поиска оптимальной структуры сети электроснабжения при нечетко заданных целях. – Харьков: «Факт», 2010 г.
4. Акулич И. Л. Экономико-математические методы и модели. Компьютерные технологии и решения. – Минск: БГЭУ, 2003 г.
5. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. – Київ: ЗАТ «ВІПОЛ», 2000 г.
6. Э. Г. Петров, М. В. Новожилова, И. В. Гребенник, Н. А. Соколова. Методы и средства принятия решений в социально-экономических и технических системах. / Учебное пособие под общей редакцией Э. Г. Петрова. – Херсон: 2003 г.

MATHEMATICAL MODEL OF TASK OF OPTIMIZATION AND METHOD OF HER DECISION FOR MINIMIZATION OF LOSSES IN NETWORKS

Y. E. MEGEL, D-r Scie. Tech., Pf.

A. P. RUDENKO, Cand. Tech. Scie., associate professor

A. I. RYBALKO, Cand. Fiz.-Matem. Scie., associate professor

The mathematical model of task of optimization and method of her decision is considered, with the use of modern programmatic tools, on the example of design of network of power supply of network the determined structure and by energythreads in it, by the parameters of sources of power supply, lines of electricity transmissions, distributive points and others like that.

Поступила в редакцию 23.03 2011 г.