

УДК 66.047.7

В.А. КУТОВОЙ, канд. физ-мат наук, старший научный сотрудник

О.Н. РЕПАЛОВА, канд. техн. наук, младший научный сотрудник

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт», г. Харьков

## АППРОКСИМИРУЮЩИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПРОЦЕССА СУШКИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД

*Проводится аппроксимирующий анализ экспериментальных данных процесса сушки гетерогенных сред и разрабатывается общий подход к получению коэффициентов массопереноса внутри высушиваемого материала.*

*Проводиться апроксимуючий аналіз експериментальних даних процесу сушіння гетерогенних середовищ та розроблюється загальний підхід до отримання коефіцієнтів масо переносу всередині матеріалу, що висушується.*

### Введение

Одним из перспективных направлений современного подхода к эффективному использованию природных и энергетических ресурсов является реализация концепций по интенсификации и оптимизации процессов теплообмена при удалении влаги из гетерогенных сред. В настоящее время ведутся разработки по созданию новых эффективных, энергосберегающих термотехнологичных установок, совершенствуются методы интенсификации технологических процессов с целью повышения эффективности теплотехнического оборудования [1]. Среди технологических установок есть сушильные, которые используются в различных отраслях промышленного производства для получения новых материалов и удаления влаги из гетерогенных сред [2]. Решение актуальных задач в области сушки должно базироваться на научных основах по технологии сушки, изучению свойств материала как объекта сушки, выбора методов и режимов процесса сушки и только на этой основе создавать рациональные конструкции сушильных установок, что дает возможность получать высушенные материалы необходимого качества заданными характеристиками. [3]. Повышение эффективности процессов сушки и получения качественной продукции главным образом связано с необходимостью комплексного решения теоретических и прикладных задач теплофизической и термодинамической направленности с улучшенными эксплуатационными и технико-экономическими характеристиками для интенсификации теплообменных процессов, которые позволят эффективно подводить тепло к высушиваемому материалу, ускорят процесс тепло - и массообмена в влажном материале, сократят время сушки [4]. Создание новых термовакуумных технологий позволяет получить высококачественный высушенный продукт, повысить эффективность термодинамических процессов, оптимизировать технологические процессы и снизить использование энергетических ресурсов [5]. Таким образом, научное обоснование термо-массо обменных процессов в гетерогенных средах и разработка новых методов сушки на основе закономерностей термодинамических процессов, является актуальной научно-технической проблемой, решение которой обеспечит интенсификацию теплообменных процессов в термотехнологичных установках различного целевого назначения.

### Цель проводимого исследования

Основной целью данной статьи является аппроксимирующая обработка экспериментальных данных, полученных при сушке гетерогенных сред в сушильной термовакуумной камере с такими параметрами:  $R=5\text{мм рт.ст.}$ ,  $T=40^\circ\text{C}$ .

Известно, что основные данные, которые могут быть получены при проведении подобных экспериментов это скорость сушки и изменение во времени влагосодержания высушиваемого материала. Эти экспериментальные данные являются осредненными или интегральными по всему объему материала. Однако для научных и практических целей

представляют интерес также физические величины, относящиеся к внутренним процессам влагопереноса, и характеризующиеся такими параметрами как критерий Кирпичева и коэффициент диффузии влаги. В данной статье рассматриваются возможность оценки этих параметров с помощью аппроксимирующей обработки экспериментальных данных.

**Основной материал**

Полагаем, что высушиваемый материал представляет собой шарообразные тела с равномерной плотностью, но неравномерным влагосодержанием в радиальном направлении.

Введем следующие обозначения и безразмерные параметры:

$M_{пр}(t)$  – переменная масса продукта сушки,  $M_r$  – масса сухого остатка;

$M_w(t)$  – переменная масса влаги,

$\bar{t}$  – безразмерное время,  $\bar{t}$  – калиброванное по принятой базисной величине:

$$\bar{t} = \frac{t}{t_{баз}} \tag{1}$$

$\bar{M}_{пр}(\bar{t})$  – безразмерное относительное значение текущей массы продукта в процессе сушки:

$$\bar{M}_{пр}(\bar{t}) = \frac{M_{пр}}{M_{пр.нач}}, \tag{2}$$

где  $M_{пр.нач} = const$  – начальная масса не высушенного продукта;  $\bar{M}_r$  – безразмерная масса сухого остатка:

$$\bar{M}_r = \frac{M_r}{M_{пр.нач}} = const \tag{3}$$

$\bar{M}_w$  – безразмерная переменная относительная масса влаги в продукте (влагосодержание):

$$\bar{M}_w = \frac{M_w(t)}{M_{пр.нач}}. \tag{4}$$

Очевидно следующее соотношение между принятыми параметрами:

$$\bar{M}_{пр}(\bar{t}) = \bar{M}_w(\bar{t}) + \bar{M}_r. \tag{5}$$

Для получения аппроксимирующих зависимостей используем экспериментальные кривые изменения безразмерной массы материала показаны на рис.1.

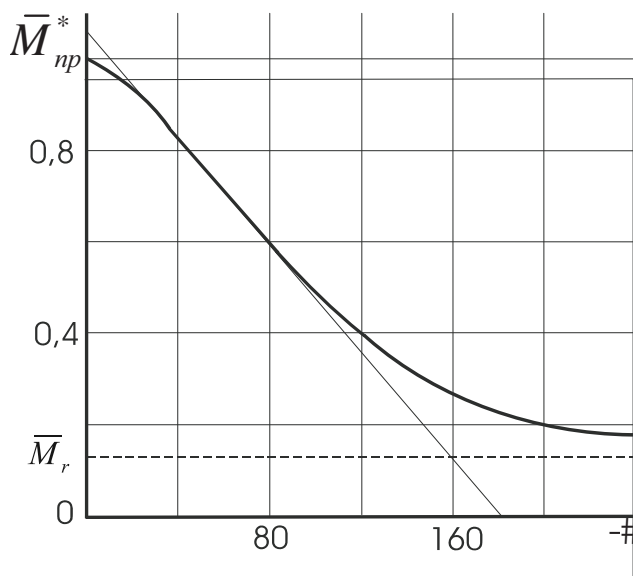


Рис. 1. Экспериментальная кривая убывания массы в процессе сушки (касательная проведена в точке максимального влагоотделения).

Как видим, кривая  $\bar{M}_{np}^*(\bar{t}) = \frac{M_{np}^*}{M_{np.нач.}^*}$  с течением времени асимптотически

приближается к  $\bar{M}_r$ .

Для различных продуктов сушки кривая  $\bar{M}_{np}^*(\bar{t})$  может иметь значительный разброс, обусловленный структурой продукта, характером его подготовки к сушке, начальным составом влаги, уровнем сухого остатка, техническими возможностями сушильной установки. Эти особенности в значительной степени отражаются на интенсивности ухода влаги из высушиваемого продукта. Для оценки данных факторов возьмем за основу предельные уровни удаления влаги из высушиваемого продукта. Этим условиям отвечает касательная к кривой  $\bar{M}_{np}^*(\bar{t})$  проведенная в точке максимального влаговыделения из высушиваемого материала. Экспериментальные данные показывают, что за базовое время в безразмерной величине (1) можно принять примерное время выхода основной влаги из продукта  $\tau_{баз}=120$  мин.

Согласно полученным данным стабильность по форме экспериментальных кривых открывает возможности для подбора аппроксимирующих зависимостей.

В качестве исходной точки для подбора аппроксимирующих кривых можно взять тот очевидный факт, что при  $\bar{t} = 0$ ,  $\bar{M}_{np.нач.} = 1$ . Будем искать аппроксимирующие кривые в двух видах:

$$\bar{M}_{np}^1(\bar{t}) = \bar{M}_r + \frac{1 - \bar{M}_r}{1 + a_1 \bar{t}^2}; \tag{6}$$

$$\bar{M}_{np}^2(\bar{t}) = \bar{M}_r + (1 - \bar{M}_r) e^{-\bar{t} a_2}, \tag{7}$$

где  $a_1, a_2$  – аппроксимирующие коэффициенты, которые необходимо найти.

Выбор и вид аппроксимирующих зависимостей несколько отличается от подхода представленного в работе [6], где аппроксимация основана на спрямлении экспериментальной кривой, и получающаяся формула содержит так называемое критическое влагосодержание. Также развитый подход отличается от эмпирической формулы Филоненко [7], которая содержит много постоянных, которые нужно находить из эксперимента. Развитый в данной работе подход подразумевает специальный подбор вида аппроксимирующих кривых при минимальном количестве аппроксимирующих коэффициентов, которые подлежат определению из экспериментальных данных.

Для нахождения коэффициента  $a_1$  в выражении (6) возьмем точку на экспериментальной кривой рис.1, которая соответствует наибольшей интенсивности убывания влаги из высушиваемого продукта:  $\bar{M}_{np}^* = 0.6$ ,  $\bar{M}_r = 0.15$ ,  $\bar{t} = 0.5$  подставляем эти значения в (6) и получаем значение  $a_1 = 0.89$

Для получения аппроксимирующего коэффициента  $a_2$  в выражении (7) возьмем выше указанную точку максимума влаговыделения и получим  $-a_2 = 1.274$ .

Аппроксимирующие зависимости приведены на рис. 2.

Очевидно, что аппроксимация вида (7) дает лучшее приближение чем (6). Будем использовать эту аппроксимацию, как базовую, в дальнейших расчетах.

Оценим две величины важные с точки зрения теории и практики процесса сушки исходя из имеющихся экспериментальных данных:  $Ki_m$  - коэффициент массопереноса (критерий Кирпичева),  $a_m$  - коэффициент диффузии влаги.

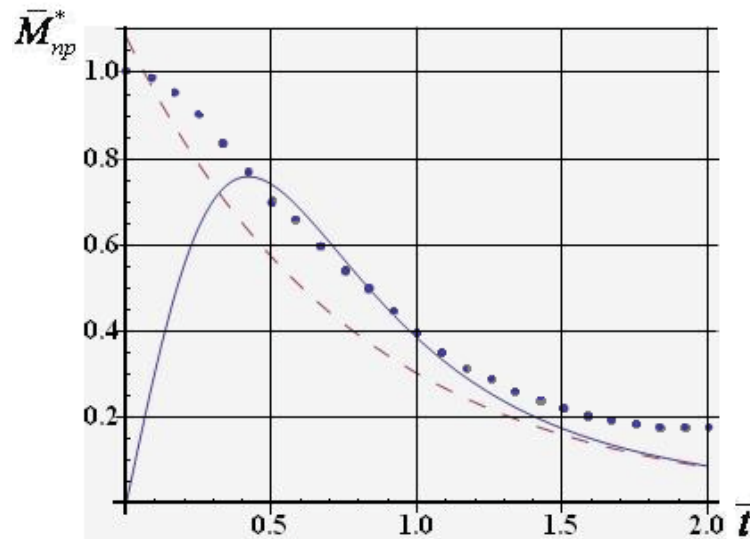


Рис. 2. Экспериментальная кривая убыли массы продукта  $\dots \bar{M}_{пр}^*(\bar{t})$  и аппроксимирующие ее кривые  $\text{—} \bar{M}_{пр}^1(\bar{t})$  и  $\text{---} \bar{M}_{пр}^2(\bar{t})$ .

Проблема заключается в том, что одной только кривой сушки недостаточно для определения указанных параметров, т.к. они зависят от качества процессов переноса влаги внутри высушиваемого материала. Согласно [6]  $Ki_m$  можно принять (в случае шарообразного тела) в виде:

$$Ki_m = \frac{2\Delta\bar{M}_w}{\bar{M}_{w_0}}, \tag{8}$$

где  $\bar{M}_{w_0} = 1 - \bar{M}_r$  – начальное безразмерное влагосодержание,  $\Delta\bar{M}_w$  – перепад влагосодержания между центром и границей шара. Согласно экспериментальным данным, представленным в [6] распределение влагосодержания по объему тела представляет собой параболическую зависимость. Представим эту зависимость в виде

$$\bar{M}_w(\bar{t}, r) = \gamma\bar{M}_w^2(\bar{t}) + \Delta\bar{M}_w(\bar{t})r^2, \tag{9}$$

где  $r$  – безразмерная переменная, отнесенная к радиусу тела  $R$ ;

$\Delta\bar{M}_w$  – искомый перепад влагосодержания;  $\bar{M}_w^2(\bar{t})$  – представляет собой значение влагосодержания в центре шара, которое соответствует изменяющемуся во времени среднему безразмерному влагосодержанию взятому из аппроксимирующих выражений (7) и (5);

$\gamma$  – коэффициент распределения влагосодержания внутри материала. Очевидно, что коэффициент  $\gamma$  зависит от тепломассообменных процессов внутри материала, и в общем случае является функцией времени, т. е. в процессе сушки форма кривой распределения влаги по объему тела может меняться. Индекс 2 в данном случае указывает на то, что мы берем второй вариант аппроксимации (7). Для простоты полагаем, что на начальном периоде  $\gamma \sim const$ , т.е. влагосодержание в центре шара изменяется синхронно с изменением среднего влагосодержания. Величина влагосодержания, которая может быть получена из экспериментальных кривых является интегральной или осредненной величиной по всему объему материала. Для того чтобы связать величину  $\bar{M}_w(\bar{t})$  с величиной  $\bar{M}_w(\bar{t}, r)$  (которая зависит от  $r$  и характеризует внутреннее распределение влаги) используем осреднение по объему:

$$\bar{M}_w^2(\bar{t}) = \frac{\int \bar{M}_w(\bar{t}, r) dv}{V} \quad (10)$$

или после подстановки  $\bar{M}_w(\bar{t}, r)$  и объема шара  $V$  получаем:

$$\bar{M}_w^2(\bar{t}) = 3\gamma \bar{M}_w^2(\bar{t}) + \frac{3}{5} \Delta \bar{M}_w(\bar{t}) \quad (11)$$

Находя  $\Delta \bar{M}_w(\bar{t})$  и подставляя в выражение (8) получаем:

$$Ki_m = \frac{10}{3} \frac{\bar{M}_w^2(\bar{t})(1-3\gamma)}{\bar{M}_{w_0}}, \quad (12)$$

Используя выражение для  $\bar{M}_{w_0}$  и аппроксимирующую зависимость (7) получаем:

$$Ki_m = \frac{10(1-3\gamma)}{3} e^{-\bar{t}a_2}, \quad (13)$$

Из формулы (12) следует, что коэффициент  $Ki_m$  при предположении  $\gamma \sim const$  будет повторять форму кривой  $\bar{M}_{пр}^2(\bar{t})$  (рис. 3.)

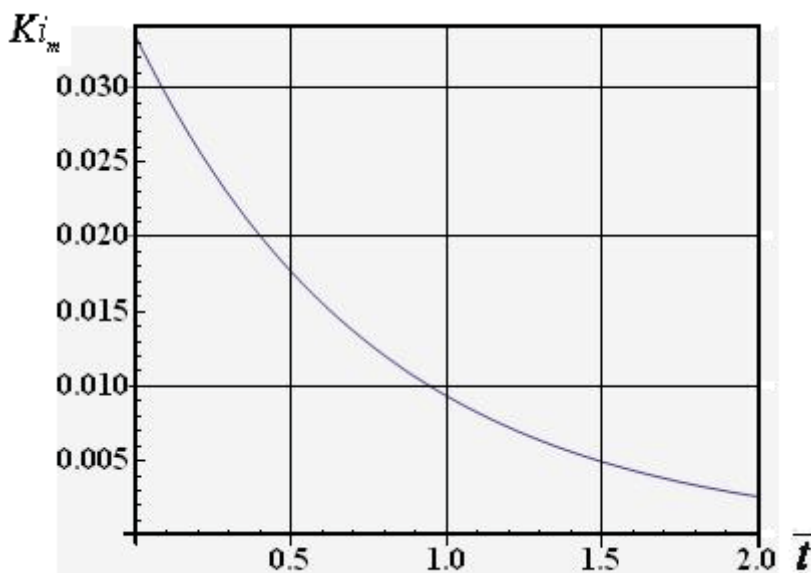


Рис. 3. Изменения  $Ki_m$  в процессе сушки

Из полученного выражения следует, что изменение коэффициента  $Ki_m$  во времени зависит от изменения величины  $\gamma$ , т.е. от изменения формы кривой распределения влагосодержания внутри тела изменяется по экспоненте. Полагаем, что  $\gamma \sim const$ , это означает, что в центре тела относительное влагосодержание падает синхронно со средним влагосодержанием согласно экспериментальной кривой. Формула (13) позволяет определить обусловленные принятым подходом ограничения, которые налагаются на величину  $\gamma$  из требования  $Ki_m > 0$ , то  $\gamma < 0.3$ . На практике это означает, что формула (13) работает для случая, когда начальное влагосодержание в центре тела не превышает величины примерно одной трети от среднего влагосодержания по всему материалу сушки. Нужно отметить, что полученная зависимость для  $Ki_m$  несколько противоречит результатам в [6], где набор экспериментальных кривых распределения влагосодержания, построенных для различных моментов времени, показывает, что форма кривой меняется во времени, и это может приводить к тому, что  $Ki_m$  может не уменьшаться, а увеличиваться на втором периоде

сушки. Учитывая данный факт, следует заключить, что полученные зависимости, для  $Ki_m$  при предположении, что  $\gamma \sim const$  позволяют достаточно хорошо оценивать  $Ki_m$  только на начальных периодах процесса сушки.

Для оценки величины коэффициента диффузии влаги  $a_m$  воспользуемся следующим выражением [6]

$$a_m = \frac{\bar{R}\bar{R}_V}{Ki_m\bar{M}_{w_0}} \left| \frac{d\bar{M}_w^2(\bar{t})}{d\bar{t}} \right|, \quad (14)$$

где  $\bar{R} = 1$  безразмерный радиус,  $\bar{R}_V$  – отношение объема тела и его поверхности (для шара  $\bar{R}_V = \frac{1}{3}\bar{R} = \frac{1}{3}$ )

После подстановки всех величин в выражение (14) и взятии производной получаем:

$$a_m = \frac{a_2}{10(1-3\gamma)} \quad (15)$$

Практическое удобство выражения (15) заключается в том, что величина  $a_m$  может быть оценена с помощью экспериментальных данных (через аппроксимирующий коэффициент  $a_2$ ) используя различные предположения о распределении влагосодержания внутри тела (коэффициент  $\gamma$ ). При этом  $\gamma$  не должен быть константой, следовательно, (15) можно представить в виде:

$$a_m(\bar{t}) = \frac{a_2}{10(1-3\gamma(\bar{t}))} \quad (16)$$

Полученные зависимости для  $Ki_m$  и  $a_m$  позволяют при наличии экспериментальных данных (скорости сушки) оценивать эти важные величины при различных предположениях относительно  $\gamma$ . При этом очевидно, что коэффициент  $\gamma$  должен быть поучен теоретическим путем при рассмотрении задачи массообмена внутри тела и будет содержать в решении его физические характеристики. Для оценки качественного влияния  $\gamma$  на коэффициент  $Ki_m$  воспользуемся экспериментальными данными по распределению относительного влагосодержания внутри шара из [6]. Эти данные не могут быть напрямую использованы для анализа нашего случая, однако, качественную оценку влияния  $\gamma$  на изменения  $Ki_m$  можно сделать, а так же обработка и аппроксимация данных дает зависимость для  $\gamma$  (после приведения к масштабам нашей задачи):

$$\gamma(\bar{t}) = 0.03e^{2.7(0.5-\bar{t})} \quad (17)$$

Т.е. изменение величины  $\gamma$  во времени имеет экспоненциальный характер. Для получения выражения (16) были использованы данные для второй фазы сушки (период падающей скорости), поэтому «отсчет времени» в выражении (16) начинается с момента времени 0.5, который соответствует (см. рис. 1.3.) точке максимального влагоотделения, и является условной точкой раздела между двумя периодами сушки. Подстановка  $\gamma(\bar{t})$  из выражения (17) в выражение (13) позволяет построить зависимость на рис. 4

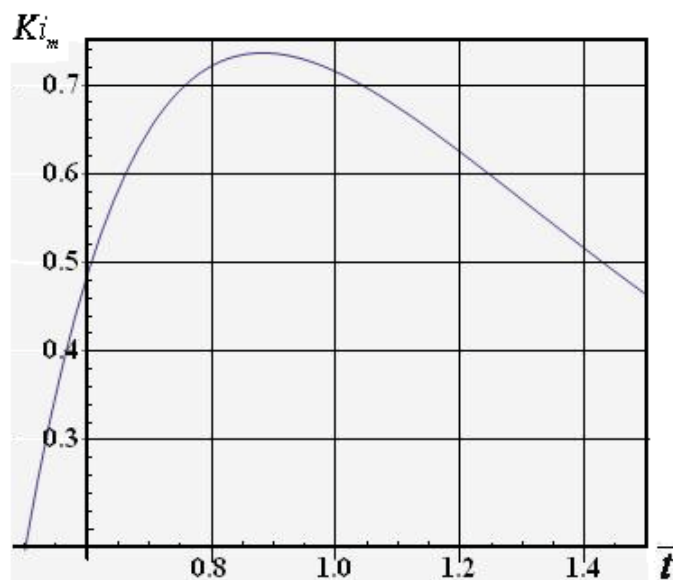


Рис. 4. Изменение  $Ki_m$  на периоде падающей скорости при предположении экспоненциальной зависимости  $\gamma(\bar{t})$ .

Качественно этот результат совпадает с данными полученными в работе [6], на периоде падающей скорости коэффициент  $Ki_m$  возрастает. Таким образом, показано, что выражения (13) и (16) могут давать адекватные зависимости коэффициентов  $Ki_m$  и  $a_m$  при правильном подборе величины  $\gamma$ .

Погрешность при использовании аппроксимирующих выражений (7) относительно экспериментальных данных не превышает 8% на первом этапе сушки и 3% на периоде падающей скорости.

#### Выводы

Аппроксимирующие подходы открывают перспективы для эффективного экстраполирования завершающего этапа сушки и для определения поведения внутренних характеристик материала, таких как критерий Кирпичева и коэффициент диффузии влаги, а также позволяют оценить изменение плотности материала в процессе сушки и конечную величину показателя массовой влажности продукта. Представленный в данной работе подход представляет новую методику получения упомянутых выше коэффициентов путем аппроксимации экспериментальных данных при нахождении минимального количества аппроксимирующих коэффициентов, в отличие от существующих методик.

#### Список литературы

1. Енергоефективність та відновлювані джерела енергії: «Українські енциклопедичні знання» / під загальною редакцією А. А. Шидловського. – Київ: 2007. – С. 55–67.
2. Кутовой В. А. Энергосберегающие термовакuumные установки для сушки дисперсных материалов / В. А. Кутовой, А. А. Николаенко // XXIV научн. конф. стран СНГ «Дисперсные системы», 20–24 сентября 2010 р., Одесса. – С.195.
3. Долинский А. А. К вопросу эксэргоекономической оптимизации энергетических систем / А. А. Долинский // Промышленная теплотехника. – 2009. – Т.31, № 4. С. 105–108.
4. Кутовой В. А. К теории испарения воды при термовакuumной сушке / В. В. Слезов, В. А. Кутовой, Л. И. Николайчук // Вакуумная техника и технология – 2005. – Т.15. № 3. С. 265–272.
5. Бурдо О. Г. Прикладное моделирование процессов переноса в технологических системах / О. Г. Бурдо, Л. Г. Калинин. Одесса: «ТЕС», 2008. – 347 с.

6. Лыков А. В. Теория сушки/А. В. Лыков. М.: Энергия, 1968. – 470 с.

7. Филоненко Г. К. Кинетика сушильных процессов / Г. К.Филоненко. М.: «Оборонгиз», 1939. – 138 с.

### APPROXIMATING ANALYSIS OF EXPERIMENTAL DATA FOR HETEROGENEOUS ENVIRONMENTS DRYING PROCESS

---

V. KUTOVOY, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
O. REPALOVA, Candidate of Engineering

*The paper offers approximating analysis of experimental data of the heterogeneous environments drying process and develops a general approach to obtaining mass transfer coefficients inside the material to be dried.*

Поступила в редакцию 23.07 2013 г.