

УДК 53.083.92-53.088.23

Ю. С. КУРСКОЙ, Украинская инженерно-педагогическая академия, г. Харьков

ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ В РЕАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Обоснована необходимость создания специальных метрологических подходов для измерения и анализа результатов измерения в реальных физических, биологических и социальных нелинейных динамических системах (НДС). Предложены модели измерения и анализа, которые созданы на основных принципах и понятиях теории динамического хаоса. Применен энтропийный анализ процесса измерения динамических переменных (ДП) НДС. Продемонстрирована необходимость усовершенствования общепринятых подходов к выражению неопределенности измерения для оценки результатов измерения в реальных НДС.

Обґрунтовано необхідність створення спеціальних метрологічних підходів для вимірювання та аналізу результатів вимірювання в реальних фізичних, біологічних і соціальних нелінійних динамічних системах. Запропоновано моделі вимірювання та аналізу, які створені на основних принципах і поняттях теорії динамічного хаосу. Застосовано ентропійний аналіз процесу вимірювання динамічних змінних нелінійних динамічних систем. Продемонстровано необхідність удосконалення загальноприйнятих підходів до вираження невизначеності вимірювання для оцінки результатів вимірювання в реальних нелінійних динамічних системах.

Введение

Надлежащее метрологическое обеспечение научных и производственных задач является залогом их успешного решения. Рождение новых научных направлений, повышение требований к качеству выпускаемой продукции, усложнение техники, рост стоимости ресурсов, в том числе и энергетических – требуют обеспечения должного уровня измерений. Для решения этой задачи совершенствуются или создаются новые средства измерительной техники, методы выполнения измерений и оценки их результатов.

Методы измерения основываются на физических представлениях о процессах и метрологических моделях. От того насколько успешно они отображают реальные физические процессы зависит, в итоге, качество измерительного эксперимента, степень соответствия результата измерения истинному значению физической величины. Общепринятые метрологические модели основаны на двух ключевых физических положениях о:

– возможности представления измеряемой физической величины единственным значением. Значения физических величин в переходных или динамических процессах описываются установленными законами, что также обеспечивает единственность значения физической величины;

– эргодичности характеристик систем и, как следствие, эргодичности и случайности разброса результатов измерений [1].

Обоснованность этих представлений для случая измерения постоянных величин, физических величин меняющихся по линейным законам или случайных образом подтверждено на практике и сомнений не вызывает. Но ситуация меняется, если измеряемая величина ведет себя иначе – ее значение меняется с течением времени по нелинейному закону. И на практике такие случаи не редкость. Большинство из реальных систем окружающего мира – физических, биологических, социальных, экономических — являются открытыми и диссипативными НДС. Их состояние характеризуются группой ДП, значения которых в любой момент времени связаны с начальными значениями функцией эволюции [1]:

$$F(X(t_0), Y(t_0), Z(t_0)) \rightarrow (X(t_i), Y(t_i), Z(t_i)).$$

Поведение реальных НДС сложное и часто хаотичное. ДП хаотичных НДС обладают сильной зависимостью от начальных условий, взаимодействуют с шумами, а фазовые портреты имеют вид странного аттрактора [1]. Изучение НДС с позиций теории динамического хаоса демонстрирует ограниченную пригодность классических метрологических подходов [2]. В случае НДС невозможно представить ДП одним значением, а примеры удачного описания поведения ДП реальных систем при помощи уравнений – единичны.

Практическими примерами хаотичных НДС могут служить электрические цепи и лазеры. В 1983 г. профессор Калифорнийского университета Л. Чуа впервые продемонстрировал режим хаотических колебаний в электрической цепи, состоящей из двух конденсаторов, катушки индуктивности, линейного и нелинейного резистора с отрицательным сопротивлением. Эксперимент подтвердил предположение о то, что даже самые простые электрические цепи могут вести себя хаотичным образом. В 2005 году группе ученых из Института квантовой оптики им. М. Планка удалось получить хаотичные колебания при ионизации атомов. Был проведен эксперимент, основанный на классической демонстрации фотоэффекта, в ходе которого при помощи лазерного луча заставили рубидий испускать электроны в сильное электромагнитное поле. В результате электроны, поведение которых должно быть случайным, вели себя хаотично. Эксперимент доказал существование связи между хаосом и колебаниями фотопотока [3].

Несмотря на высокий интерес к НДС со стороны теоретиков и практиков, тонкости измерения в НДС долгое время находились вне поля зрения метрологии. Для измерения в НДС нужны специальные подходы, модели и методы измерения и оценки неопределенности измерения. Для решения этой задачи были созданы модель измерения [4] и модель анализа результатов измерений [5] ДП НДС на основе принципов и методов теории динамического хаоса и фрактального анализа, выполнен энтропийный анализ результатов измерения ДП НДС [6].

Целью работы является анализ принципов и моделей измерения динамических переменных нелинейных динамических систем, а также определение направления практической реализации исследований.

Измерения в НДС

Модель измерения ДП НДС [4] содержит: схему измерительного эксперимента; способ оценки необходимого и достаточного количества информации; способ идентификации поведения системы и выбора математического аппарата для обработки результатов измерения; способ оценки результата измерений.

Модель измерения направлена на получение данных об одной из ДП НДС X . Если наблюдаемая система является хаотичной, то ее фазовый портрет представляет собой странный аттрактор с четкими границами в пространстве. Проекция странного аттрактора на ось OX равна интервалу $[X_{\min}, X_{\max}]$, который содержит все возможные истинные значения ДП X . Оценка интервала $[X_{\min}, X_{\max}]$ является целью измерения значений ДП НДС. Основное отличие ДП НДС от случайных величин заключается в том, что ДП НДС характеризуется интервалом всех возможных значений $[X_{\min}, X_{\max}]$.

Учитывая постулат о том, что при измерении невозможно измерить истинное значение физической величины X , интервал значений $[X_{\min}, X_{\max}]$ также не может быть измерен без погрешности или неопределенности. Поэтому, в результате применения модели измерения будет получен интервал $U(X) > [X_{\min}, X_{\max}]$, который содержит все результаты измерения x_i состояний X_i ДП X с учетом неопределенности измерения u_i . Этот интервал $U(X)$ является неопределенностью измерения всех возможных состояний ДП X . Для этого при

помощи группы m одинаковых средств измерительной техники (СИТ) формируется m временных рядов результатов измерения:

$$x_i^1(t_1), \dots, x_i^1(t_n); x_i^2(t_1), \dots, x_i^2(t_n); \dots; x_i^m(t_1), \dots, x_i^m(t_n), \quad (1)$$

где $x_i^1(t_i)$, $x_i^2(t_i)$, $x_i^m(t_i)$ — результат измерения состояния X_i ДП X в момент времени t_i выполненного СИТ № 1, № 2, № m соответственно.

Оценка результатов измерения (1) y_i , с поправками на все известные систематические источники неопределенности, и стандартной неопределенности u_i типа «А» имеет вид:

$$(y_1 - u_1, y_1 + u_1); (y_2 - u_2, y_2 + u_2); \dots; (y_n - u_n, y_n + u_n). \quad (2)$$

Результаты измерения (1) в фазовом пространстве имеют вид областей u_i (рис. 1, а), а результат измерения всех возможных состояний X_i соответствует проекции всех u_i на плоскость — фигуре $U(X)$ (рис. 1, б).

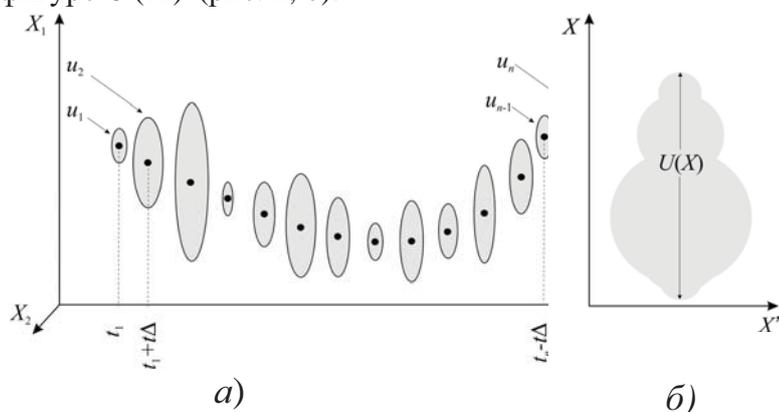


Рис. 1. а) – отображение результатов измерений X , где Δt – интервал между измерениями: б)– отображение результатов измерения всех возможных состояний X

Для расчета $U(X)$ из (2) выбирают минимальное $(y_{\min} - u_{\min}, y_{\min} + u_{\min})$ и максимальное $(y_{\max} - u_{\max}, y_{\max} + u_{\max})$ значения. При этом все возможные значения X_i ДП X находятся в интервале:

$$U(X) = (y_{\min} - u_{\min}, y_{\max} + u_{\max}). \quad (3)$$

Для классификации наблюдаемого процесса в модели используется метод фрактального анализа временных рядов (2) [6]. При этом методом Херста определяется фрактальная размерность D временных рядов результатов измерения (2) и выносится суждение о случайном ($D = 1,5$) или хаотичном ($1 < D < 1,5$ или $1,5 < D < 2$) поведении ДП НДС. Фрактальная классификация временных рядов позволяет выбрать математический аппарат обработки результатов измерения. Фрактальная размерность D используется и для определения необходимого и достаточного числа измерительных экспериментов:

$$n_{\min} \geq 10^{2+0,4D}.$$

Применение модели измерения ДП НДС [4] позволяет изучать любые случайные процессы с единых позиций, распространить Концепцию выражения неопределенности измерения [8] на такие сложные системы как открытые, диссипативные и хаотичные НДС.

Анализ результатов измерений в НДС

Обязательным и необходимым условием для анализа и прогноза поведения ДП является устойчивость – способность системы сохранять свои параметры или динамику при малых возмущениях. В качестве инструмента анализа в метрологической теории приняты уравнения измерения. Для составления уравнений измерения система должна быть устойчива по Ляпунову: две произвольные траектории фазового портрета системы должны остаться близкими в любой последующий момент времени. В силу экспоненциальной расходимости траекторий, для хаотичных НДС это условие не выполняется, уравнение измерения составить невозможно.

В теории динамических систем, наряду с устойчивостью по Ляпунову, выделяют устойчивость по Лагранжу, которая требует, чтобы значения X_i измеряемой ДП X не выходили за границы определенной области фазового пространства. В случае хаотичной диссипативной НДС такой областью является странный аттрактор. При этом все возможные значения X_i ДП X находятся в интервале $U(X)$ (3).

Таким образом, неустойчивость по Ляпунову делает маловероятной возможность описания реальных НДС при помощи уравнений измерения, но устойчивость по Лагранжу позволяет анализировать и прогнозировать поведение систем при помощи неопределенности измерения $U(X)$ (3) всех состояний ДП X .

Модель анализа результатов измерения [5] ориентирована на исследование ключевых параметров НДС. Модель требует выполнения ряда последовательных процедур: определение размерности вложения аттрактора; восстановление фазового портрета; определение показателей Ляпунова, времени предсказания, энтропии Колмогорова-Синая НДС.

Важнейшим этапом является восстановление фазового портрета (реконструкция аттрактора) системы. Метод реконструкции был предложен Ф. Такенсом [9] и заключается в построении векторов состояния системы по значениям временного ряда результатов измерения (1):

$$\vec{x}(t_i) = (x_1(t_i), x_2(t_i - \tau), \dots, x_M(t_i - (M-1)\tau)), \quad (4)$$

где τ – временной шаг задержки компонент вектора состояния;

M – размерность вложения фазового портрета.

Метод Такенса является признанным и широко используемым инструментом восстановления фазового портрета, но, с метрологической точки зрения имеет свои недостатки. В качестве исходных данных метод использует необработанные результаты измерения (1), без учета неопределенности измерения. Так как истинное значение ДП X_i находится в интервале $y_i - u_i \leq X_i \leq y_i + u_i$ (2), вместо одного вектора состояния $\vec{x}(t_i)$ (4) в [5] предлагается использовать два — $\vec{Y}(y_i - u_i, t_i)$ и $\vec{Y}(y_i + u_i, t_i)$ при $\tau = \Delta t$ (рис. 2):

$$\left. \begin{aligned} \vec{Y}(y_i - u_i, t_i) &= [Y_1(y_i - u_i, t_i), Y_2(y_{i-1} - u_{i-1}, t_i - \Delta t), \dots, Y_M(y_{i-M+1} - u_{i-M+1}, t_i - (M-1)\Delta t)], \\ \vec{Y}(y_i + u_i, t_i) &= [Y_1(y_i + u_i, t_i), Y_2(y_{i-1} + u_{i-1}, t_i - \Delta t), \dots, Y_M(y_{i-M+1} + u_{i-M+1}, t_i - (M-1)\Delta t)], \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $i = M+1, \dots, N$, N — количество измерений X .

Расстояние между векторами (5) характеризует неопределенность значения восстановленного вектора $\vec{Y}(t_i)$ состояния НДС в момент времени t_i :

$$S(u_i, t_i) = \left| 2\sqrt{u_i^2 + u_{i-1}^2 + \dots + u_{i-M+1}^2} \right|. \quad (6)$$

Векторное поле, ограниченное векторами состояния (5) составляет фазовый портрет с учетом неопределенности восстановленного вектора состояния НДС (6) (рис. 2). Вектор истинного состояния НДС $\vec{X}(t)$ находится в векторном поле, ограниченном восстановленными векторами (5). Восстановленный фазовый портрет НДС является объектом анализа результатов измерения и прогнозирования дальнейшего поведения НДС.

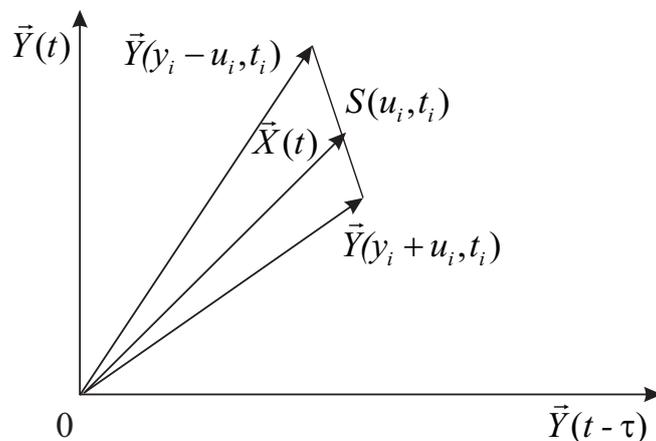


Рис. 2. Векторное поле восстановленных векторов состояния в момент времени t_i для $M = 2$.

В рамках модели [5] получены выражения для определения локальных и общих характеристик нелинейной динамической системы с учетом неопределенности измерения динамической переменной.

Энтропийный анализ

Для оценки результатов измерения в метрологии применяется вероятностная теории информации [10]. Ее ключевыми элементами являются количество информации I и энтропия Шеннона H . Количество информации I характеризует объем знания, полученный в ходе измерительного эксперимента, качество измерительного эксперимента. Энтропия Шеннона H является функцией состояния системы, ее величина характеризует и меру неопределенности $U(X)$ значения X ДП и определяется выражением [11]:

$$H = -\sum_i p(X_i) \ln p(X_i), \quad (7)$$

где $p(X_i)$ – плотность распределения вероятности состояния X_i .

Согласно (7) энтропия Шеннона принимает тем большие значения, чем меньшие значения принимает плотность распределения $p(X) = \sum_i p(X_i)$, в противоположном случае – при $p(X) \rightarrow 1$ $H \rightarrow 0$.

В понятиях теории информации смысл измерения состоит в уменьшении интервала неопределенности знания об измеряемой величине X (рис. 3). Количество информации, полученное в результате измерений, определяется выражением:

$$I = H_{before} - H_{after}, \quad (8)$$

где H_{before} – энтропия измеряемой величины X до измерения; H_{after} – энтропия измеряемой величины X после измерения.

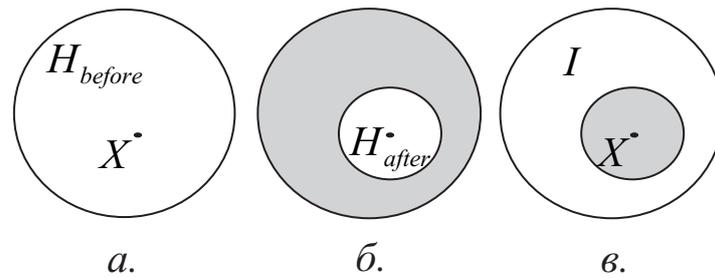


Рис. 3. Визуализация информационного смысла измерения:
 а. – область неопределенности до измерения; б. – область неопределенности после измерения (выделена белым цветом); в. – область отсутствия неопределенности, равная полученной информации (выделена белым цветом).

Согласно информационной теории измерения при $H_{\min} \rightarrow 0$ будет получено максимально возможное количество информации об измеряемой величине, а область неопределенности (рис. 3. б) будет стремиться к точке (рис. 3. в), соответствующей истинному значению измеряемой величины X , $u \rightarrow 0$. Такая ситуация характерна для измерения неизменных во времени (или условно неизменных) величин, когда результаты измерения представляют собой случайные величины и имеют нормальное распределение. При этом увеличение числа измерительных экспериментов приводит к уменьшению энтропии Шеннона H_{after} и неопределенности измерения:

$$u = \frac{\exp H_{after}}{2k} = \frac{1}{2k} \exp\left(-\sum_i p(X_i) \ln p(X_i)\right), \quad (9)$$

где k – энтропийный коэффициент распределения, различный для разных законов распределения $p(X)$ [5].

При измерении ДП НДС ситуация выглядит иначе. Многократные измерения ДП также приведут к уменьшению значения энтропии Шеннона $H_{before} > H_{after}$. Долговременные измерения и учет всех факторов, влияющих на результат измерения, уменьшат значения энтропии до некоего минимального значения $H_{after} \rightarrow H_{\min}$. Однако, минимальное значение энтропии Шеннона не будет стремиться к нулю $H_{\min} \neq 0$. Количество полученной информации о НДС ограничивается некоторой областью неопределенности (рис. 3. б.). Увеличение количества измерительных экспериментов и времени наблюдения за системой также не позволит уменьшить эту область. Причина заключается в том, что на значение неопределенности измерения, в случае НДС, влияют не только факторы, являющиеся причиной возникновения неопределенностей типа «А» и «В», которые могут быть учтены или исключены, но и характер поведения самой ДП НДС. В итоге, после обработки результатов измерения ДП НДС будут получены значения неопределенности измерения всех состояний X_i ДП X $U(X)$ (3).

Направление дальнейших исследований

Точность результатов измерений оценивается либо при помощи погрешностей измерения либо при помощи неопределенности измерения. Однако, ни теория погрешностей, ни концепция выражения неопределенностей измерения не выделяют задачу измерения ДП НДС из общих метрологических задач

Результаты исследования реальных НДС с метрологической точки зрения дают основания говорить о необходимости выработки особых метрологических подходов и распространении Концепции выражения неопределенности измерений на реальные НДС. Но для этого Руководство по выражению неопределенности измерений [8] должно быть

модифицировано. В основу новых, универсальных подходов к измерениям в реальных НДС могут быть положены проанализированные модели измерения и анализа результатов измерения, а также элементы информационной теории информации [4–6].

Выводы

В работе изучены особенности поведения реальных нелинейных динамических систем, Показано, что таким системам свойственно сложное, хаотичное поведение. Обоснована необходимость создания для измерения в таких системах специальных моделей измерения и анализа.

Исследованы метрологические модели измерения и анализа динамических переменных нелинейных динамических систем. Модели построены на основных положениях и методах теории динамического хаоса и методах фрактального анализа временных рядов.

Модель измерения содержит порядок оценки неопределенности измерения как отдельных состояний параметров системы в различные моменты времени, так и результирующей неопределенности измерения всех состояний параметров системы.

Модель анализа результатов измерений предусматривает вычисление и анализ ключевых характеристик системы: показателей Ляпунова, времени предсказания, фрактальной размерности и размерности вложения, энтропии Колмогорова-Синяя.

Рассмотрены основные элементы вероятностной теории информации — количество информации и энтропия Шеннона. Доказано, что в случае измерения динамической переменной нелинейной динамической системы невозможно обеспечить близкое к нулю значение энтропии Шеннона. На значение энтропии, в этом случае, влияют не только факторы, являющиеся причиной возникновения неопределенностей измерения, но и характер поведения самой динамической переменной.

Доказано, что применение описанных моделей позволит изучать любые случайные процессы с единых позиций. Указаны направления дальнейшего развития и практической реализации подходов к измерению в реальных НДС.

Список литературы

1. Schuster H., *Deterministic chaos*, Physik-Verlag Weinheim, 1984, 240 p.
2. Machekhin Yu., *Physical models for analysis of measurement results // Measurement Techniques*, Springer New York. – 2005. – Vol. 48. – № 6. – P. 555–561.
3. G. Stania, H. Walther *Quantum Chaotic Scattering in Atomic Physics: Ericson Fluctuations in Photoionization Physical Review Letters*, 4 November 2005.
4. Мачехин Ю., Курской Ю.. Модель измерения параметров нелинейных динамических систем // *Системы обработки информации*. — 2012. — Вып. 01 (99). — С. 169-175.
5. Мачехин Ю., Курской Ю.. Анализ результатов измерений в нелинейных динамических системах // *Системы обработки информации*. — 2012. — Вып. 07 (105). — С. 117-122.
6. Мачехин Ю., Курской Ю. Энтропийный анализ динамических переменных // *Системы обработки информации*. — 2013. — Вып. 01 (106). — С. 117-122.
7. Crownover R., *Introduction to Fractals and Chaos*, Jones & Bartlett Publishers, 1995, 352 p.
8. РМГ 43-2001. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. Государственная система обеспечения единства измерений. применение «Руководства по выражению неопределенности измерений». Дата введения 2003-07-01.
9. Takens F. *Detecting strange attractor in turbulence // Warwick*. 1980. Vol.898 of *Lecture Notes in Mathematics/Eds. Rang, L. S. Young*. Berlin: Springer. – 1981. –P. 366.
10. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ленинград: Издательство Энергоатомиздат. Ленингр.

отделение, 1991. – 304 с.

11. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учеб. Для вузов.– 7-е изд. стер. – М.: Высш. Шк., 2001.– 575 с.

FEATURES OF MEASUREMENTS IN REAL DYNAMICAL SYSTEMS

Yu. S. KURSKOY, Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy

The necessity of creating special metrology approaches for measurement and measurement results analysis in real physical, biological and social nonlinear dynamical systems are demonstrated in the article. The measurement and analysis models are created on the basic principles and concepts of the dynamical chaos theory. The entropy analysis is used for research the measurement of dynamic variables in nonlinear dynamical systems. It is demonstrated the need to improve the generally accepted approaches to the expression of uncertainty in measurement for evaluation of measurement results in real nonlinear dynamical systems.

Поступила в редакцию 26.02 2013 г.