

УДК

Г. А. БЫКОВ, д-р техн. наук, проф.

С. Л. БУЛКА, магистрант

Национальный авиационный университет, г. Киев

О. Г. БЫКОВА, главный специалист

Национальное агентство Украины по вопросам эффективного использования энергетических ресурсов, г. Киев

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ РАБОТЫ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КОМПРЕССОРОВ

*Приводится усовершенствованная с точки зрения системного анализа математическая формулировка основного уравнения работы центробежных турбомашин – уравнения Эйлера. На основе уточненной формулы построена универсальная теоретическая характеристика центробежных компрессоров, которая может быть использована при проектировании высокоэффективных центробежных нагнетателей газотранспортной системы.*

**Ключевые слова:** центробежные компрессоры, коэффициент теоретического напора, универсальная диаграмма, газотранспортная система, энергоэффективность.

*Наведено вдосконалену з точки зору системного аналізу математичну формулювання основного рівняння роботи відцентрових турбомашин – рівняння Ейлера. На базі уточненої формули побудовано універсальну теоретичну характеристику відцентрових компресорів, що може бути застосована при проектуванні вискоефективних відцентрових нагінативів газотранспортної системи.*

**Ключові слова:** відцентрові компресори, коефіцієнт теоретичного напору, універсальна діаграма, газотранспортна система, енергоефективність.

### Введение

В начале второй половины XX столетия ряд отраслевых научно-исследовательских институтов, конструкторских бюро и промышленных предприятий получили правительственное задание обеспечить разработку, изготовление и поставку высокоэффективных и надежных газоперекачивающих агрегатов для крупнейшей в мире газотранспортной системы. По результатам проведенных научных изысканий и экспериментальных исследований были опубликованы несколько монографий и учебников с изложением теории методов расчета газотурбинных установок и центробежных компрессоров. Авторами этих изданий были авторитетные ученые: И. И. Кириллов, Б. С. Стечкин, В. Ф. Рис, Г. Н. Ден, С. П. Лившиц, К. П. Селезнев и другие. Созданные ими монографии и учебники для студентов энергомашиностроительных специальностей в настоящее время считаются классическими. Эту литературу и сегодня многие профессора украинских ВУЗов рекомендуют студентам и повторяют основное содержание указанных монографий в своих учебных пособиях.

С точки зрения научных воззрений 60-х годов прошлого столетия указанные выше монографии и учебники были весьма актуальными и отвечали своему назначению. В то же время эти издания сегодня представляются несколько устаревшими.

### Основная часть

Как известно, газотранспортная система Украины, срок службы которой превышает 40 лет, крайне нуждается в реконструкции и модернизации. Основными целями такой модернизации являются как повышение надежности линейной части (трубопроводов) системы, так и существенное снижение энергоемкости технологических процессов транспорта газа на основе новейших научных разработок. Одновременно в

усовершенствовании нуждаются основные положения теории центробежных компрессорных машин газоперекачивающих агрегатов и методы их расчетов.

Авторы данной статьи полагают, что основным методологическим недостатком научных изданий 60-70-х годов является механистический подход к пояснению некоторых базисных положений теории. Для примера остановимся на рассмотрении одного из основных постулатов теории центробежных компрессорных машин, а именно – известном уравнении Эйлера, которое в классической литературе называется *основным уравнением работы турбомашин*. Это уравнение используется в такой форме:

$$H_T = U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u}, \text{ Дж/кг}, \quad (1)$$

где  $H_T$  – теоретический напор компрессора, т. е. количество энергии, которая передается каждому килограмму сжимаемого газа рабочими лопатками центробежного колеса, в котором отсутствуют какие-либо потери энергии;

$U_2$  и  $U_1$ , м/с – окружные скорости рабочего колеса;

$C_{2u}$  и  $C_{1u}$ , м/с – проекции абсолютной скорости потока на направление окружной скорости;

индекс "1" относится к диаметру  $D_1$  входа потока на рабочие лопатки, а индекс "2" – к диаметру  $D_2$  на выходе потока из рабочего колеса.

Механистический подход к уравнению (1) совершенно очевиден: нет никакой связи между окружной скоростью  $U$  и проекцией  $C_u$  абсолютной скорости потока на окружное направление.

Кинематика движения потока в межлопаточных каналах колеса обычно рассматривается в виде треугольников скоростей, в которых абсолютная скорость  $C$  раскладывается на две составляющие: переносную скорость  $U$  (окружная скорость) и относительную скорость  $W$ , которая ориентируется по касательной к поверхности лопатки. При этом абсолютная скорость  $C$  есть векторная сумма двух векторов  $U$  и  $W$ . Одновременно абсолютная скорость  $C$  может быть представлена в виде суммы двух других векторов: один, из которых представляется как проекция на окружное направление  $C_u$ , а другой – как проекция на радиальное направление  $C_r$ . Проекция вектора  $C$  на окружное направление часто называется закруткой потока. Таким образом, на любом радиусе рабочего колеса вектор абсолютной скорости  $C$  может быть представлен в виде векторных сумм его составляющих в двух вариантах:

$C = U + W$  и  $C = C_u + C_r$ . На основании изложенного нам представляется не имеющим физического смысла алгебраическое произведение компонентов  $U$  и  $C_u$  в уравнении (1). Отсутствие непосредственной связи между этими двумя параметрами свидетельствует о механистичности формулы (1). Такой подход вполне соответствует научным воззрениям XVIII века.

С большой степенью вероятности можно полагать, что уравнение Эйлера (1) является краткой афористической математической формулировкой классической теоремы теоретической механики об изменении момента количества движения материальной системы тел. В 1757 г., когда великий мыслитель Эйлер получил это уравнение, человечество еще не знало ни центробежных колес, ни корабельных гребных винтов, ни других движителей.

Российский академик Л. Эйлер решил аналитическим путем задачу устойчивости парусного корабля при его движении по произвольной траектории. При этом он определил равнодействующую всех внешних сил, влияющую на траекторию и устойчивость корабля. Основными внешними силами рассматривались: сила давления течения верхних слоев воды и волновое сопротивление, которые действовали на подводную часть судна. Под действием этих сил корабль дрейфовал с переносной скоростью  $U$ . На прямое парусное вооружение корабля действовала сила тяги от проекции  $C_u$  абсолютной скорости ветра на направление переносной скорости. Заметим, что косые треугольные паруса, позволяющие современной яхте лавировать навстречу ветру, еще не были известны европейским кораблестроителям. Поэтому полезная энергия, передаваемая внешними силами природы корпусу корабля массой  $m$ , определялась Эйлером как произведение  $m \cdot U \cdot C_u$ . Это обстоятельство хорошо

корреспондируется с уравнением (1). Таким образом, уравнение Эйлера в форме (1) никак не может объяснить физический принцип действия центробежного компрессора.

Истинный смысл физического принципа работы центробежного компрессора можно обнаружить, если преобразовать уравнение (1) таким образом, чтобы в нем проявились основные силы, действующие на поток газа в межлопаточных каналах рабочего колеса. Для этого воспользуемся элементарными соотношениями, вытекающими из треугольников скоростей на входе в рабочие лопатки и на выходе из них:

$$C_{1u} = U_1 - C_{1r} \cdot \operatorname{ctg} \beta_{1л} \quad (2)$$

и

$$C_{2u} = U_2 - C_{2r} \cdot \operatorname{ctg} \beta_{2л} \quad (3)$$

где  $\beta_{л}$ , град – угол между относительной скоростью потока  $W$  и окружной скоростью  $U$ .

Подставляя эти равенства в уравнение (1) после простых преобразований получим уравнение Эйлера в другой форме:

$$H_T = (U_2^2 - U_1^2) + U_2 \cdot C_{2r} (U_1/U_2 \cdot C_{1r}/C_{2r} \cdot \operatorname{ctg} \beta_{1л} - \operatorname{ctg} \beta_{2л}) \text{ , Дж/кг .} \quad (4)$$

Это уравнение действительно можно считать основным уравнением работы турбомашин, поскольку первое слагаемое в уравнении (4) представляет собою энергию центробежной силы, которая действует в межлопаточном пространстве между диаметрами  $D_1$  и  $D_2$ , а второе слагаемое – энергию, создаваемую подъемной силой Жуковского, которая возникает при обтекании рабочей лопатки относительным потоком газа.

Разделив уравнение (4) почленно на  $U_2^2$  и произведя простые преобразования, можно получить теоретическую характеристику центробежных компрессоров в безразмерных параметрах:

$$\Psi_T = \frac{H_T}{U_2^2} = \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right] + \varphi \left( \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{C_{1r}}{C_{2r}} \operatorname{ctg} \beta_{1л} - \operatorname{ctg} \beta_{2л} \right), \quad (5)$$

где  $\Psi_T$  – безразмерный коэффициент теоретического напора центробежного колеса;

$\varphi = C_{2r}/U_2$  – безразмерный коэффициент расхода центробежного колеса.

В этом уравнении принято  $U_1 / U_2 = D_1 / D_2$ .

Есть основание полагать, что авторы теории центробежных компрессорных машин и методики их газодинамического расчета в свое время не сумели до конца понять истинный смысл уравнения Эйлера, записанного в форме (1). Доказательством этому можно считать тот факт, что и в настоящее время в инженерной практике широко используется укороченное модернизированное уравнение для определения теоретического напора:

$$H_T = U_2 C_{2u} \text{ , Дж/кг .} \quad (6)$$

Такая "модернизация" является следствием заблуждения об отсутствии закрутки потока  $C_{1u}$  перед рабочими лопатками компрессора, если перед колесом отсутствует входной поворотный направляющий аппарат. Совершенно очевидно, что условие  $C_{1u} = 0$  в уравнении (1) приводит к необходимости принятия  $U_1 = 0$ , а также  $D_1 = 0$ . следовательно, сокращенное уравнение (6) определяет величины напора виртуального центробежного колеса, которое не может быть реализовано в металле. Поэтому принятие условия отсутствия закрутки абсолютного потока перед рабочим колесом полностью нарушает физические принципы работы центробежного колеса. Это становится совершенно очевидным из рассмотрения уравнения (4), в котором нельзя изъять ни одного символа без нарушения физических принципов работы турбокомпрессора.

Уравнение (5) по своей сути является математической формулировкой теоретической характеристики центробежного колеса в безразмерных параметрах  $\Psi_T = f(\varphi)$ . Это уравнение позволяет рассчитать и построить универсальную диаграмму теоретических характеристик для колес с различными значениями  $\beta_{2л}$  при заданной величине конструктивного параметра  $D_1/D_2$  и  $\beta_{1л}$ . Как известно, у большинства выполненных в металле центробежных компрессорных машин отношение  $D_1/D_2$  изменяется в пределах 0,45-0,65, а значение угла  $\beta_{1л}$  близко к  $30^\circ$ . Результаты расчета такой диаграммы для  $D_1/D_2 = 0,45$ ,  $\beta_{1л} = 29^\circ$  и  $C_{1r}/C_{2r} = 0,8$  приведены в табл. 1 и на рисунке.

Таблица 1

Расчет универсальной диаграммы теоретических характеристик центробежных компрессоров

$$\frac{D_1}{D_2} = 0,45; \frac{C_{1r}}{C_{2r}} = 0,8; \beta_{1л} = 29^\circ$$

$\varphi$	$\Psi_T$ при $\beta_{2л}=30$	$\Psi_T$ при $\beta_{2л}=40$	$\Psi_T$ при $\beta_{2л}=50$	$\Psi_T$ при $\beta_{2л}=60$	$\Psi_T$ при $\beta_{2л}=70$	$\Psi_T$ при $\beta_{2л}=80$	$\Psi_T$ при $\beta_{2л}=90$
0	0.7975	0.7975	0.7975	0.7975	0.7975	0.7975	0.7975
0.2	0.5810	0.6890	0.7596	0.8119	0.8546	0.8921	0.9274
0.4	0.3645	0.5806	0.7216	0.8263	0.9117	0.9867	1.0573
0.5	0.2562	0.5263	0.7027	0.8335	0.9402	1.0341	1.1222
0.6	0.1479	0.4721	0.6837	0.8408	0.9688	1.0814	1.1872
0.7	0.0397	0.4179	0.6647	0.8480	0.9973	1.1287	1.2521
0.9		0.3094	0.6268	0.8624	1.0544	1.2233	1.3820

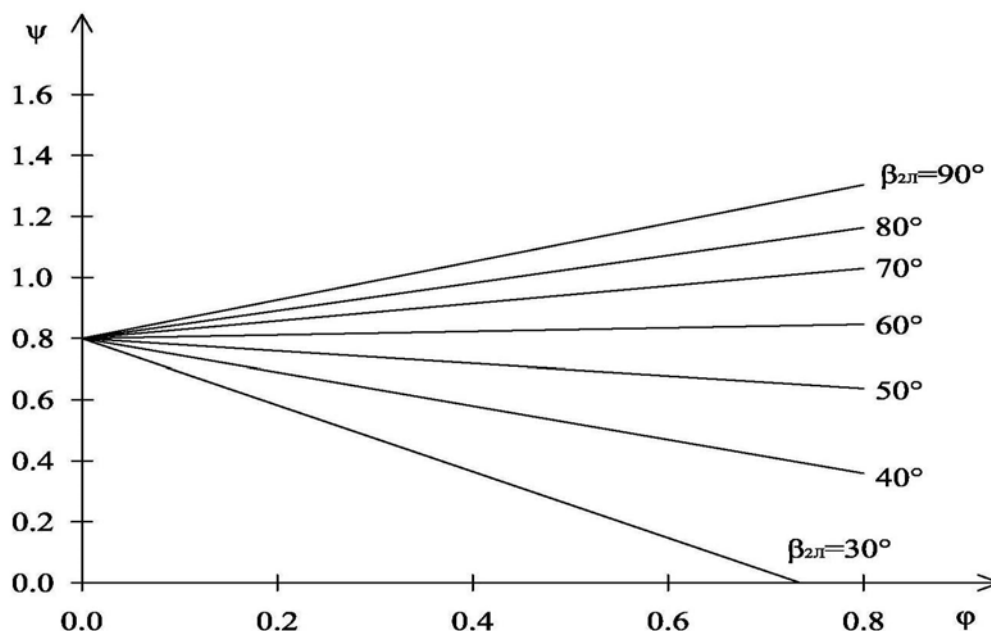


Рис 1. Универсальная диаграмма теоретических характеристик центробежных компрессоров

Необходимо отметить, что в рекомендуемых в настоящее время методиках газодинамического расчета предлагается для вычисления коэффициента теоретического напора упрощенная формула:

$$\Psi_T^* = 1 - \varphi \cdot \operatorname{ctg} \beta_{2л} . \quad (7)$$

Понятно, что формула (7) получена из условия отсутствия закрутки  $C_{1u} = 0$ . Вследствие этого теоретические характеристики, рассчитанные по уравнению (7) дают результаты, далекие от истины. Во избежание путаницы в дальнейшем изложении коэффициенту теоретического напора, вычисляемому по уравнению (7), присвоен верхний индекс " \* ".

Приведем наиболее существенные различия в результатах расчетов теоретической характеристики по уравнениям (5) и (7).

1. Уравнение (7) при  $\varphi = 0$  дает значение  $\Psi_T^* = 1$  для любых значений  $D_1/D_2$  и  $\beta_{2л}$ . В отличие от этого, уравнение (5) при  $\varphi = 0$  дает значение  $\Psi_T$ , изменяющееся от 0,7975 до 0,5775 при увеличении  $D_1/D_2$  от 0,45 до 0,65. Совершенно очевидно, что численные значения теоретических характеристик компрессоров при других значениях  $\varphi > 0$  будут существенно отличаться.

2. Уравнение (7) дает нам горизонтальное положение теоретической характеристики при величине  $\beta_{2л} = 90^\circ$ . При  $\beta_{2л} < 90^\circ$  коэффициент напора  $\Psi_T^*$  с увеличением  $\varphi$  уменьшается, а при  $\beta_{2л} > 90^\circ$  - возрастает. Во всех изданных до настоящего времени учебниках теоретические характеристики центробежных колес приводятся с учетом результатов расчетов, выполненных по уравнению (7). В то же время при проведении расчетов по уравнению (5) мы получаем принципиально иную картину. В зависимости от отношения  $D_1/D_2$  теоретическая характеристика центробежного колеса становится горизонтальной при значениях  $\beta_{2л}$  от  $55^\circ$  до  $42^\circ$ . При превышении этих значений угла  $\beta_{2л}$  коэффициент теоретического напора с возрастанием коэффициента расхода  $\varphi$  увеличивается, как это видно из приведенного рисунка.

3. Как известно, при проектировании центробежного компрессора с заданной величиной напора число ступеней машины определяется с использованием коэффициента теоретического напора: с увеличением величины  $\Psi_T$  уменьшается необходимое число ступеней машины. Данные, приведенные в таблице 2, свидетельствуют о существенной разнице величин  $\Psi_T$  и  $\Psi_T^*$ , рассчитанных для одних и тех же значений  $\varphi$  по уравнениям (5) и (7).

Таблица 2

Сравнение коэффициентов теоретического напора, рассчитанных по уравнению (5) и (7) при  $\varphi = 0,6$

$\beta_{2л}$	40	50	60	70	80	90
$\Psi_T^*$	0.2849	0.4965	0.6536	0.7816	0.8942	1.0000
$\Psi_T$ при $D_1/D_2=0.45$	0.4723	0.6839	0.8410	0.9690	1.0816	1.1874
$\Psi_T$ при $D_1/D_2= 0.65$	0.4256	0.6372	0.7942	0.9223	1.0349	1.1407

### Выводы

Результаты проведенного анализа свидетельствуют о необходимости использования модифицированных уравнений Эйлера в форме (4) и (5) в методике газодинамического расчета центробежных машин, а также о целесообразности конструирования центробежных колес с увеличенными значениями углов  $\beta_{2л}$  до  $70-90^\circ$ .

**ANALYSIS OF THE SYSTEMS OF BASIC EQUALIZATION OF WORK OF CENTRIFUGAL COMPRESSORS**

G. A. BYKOV, D-r Sci. Tech., Pf., S.L. BULKA, Master's degree  
O. G. BYKOVA, Main specialist

*The mathematical formulation over of basic equalization of work of centrifugal turbo-machines – equalizations of Euler improved from point of analysis of the systems is brought. On the basis of the specified formula universal theoretical description of centrifugal compressors, which can be used for planning of high-efficiency centrifugal superchargers of the gas-transport system, is built.*

*Keywords: centrifugal compressors, coefficient of theoretical pressure, universal diagram, gas-transport system, energoeffektivnost'.*

*Поступила в редакцию 10.06 2010 г.*