

П. Я. ПРИДУБКОВ, канд. техн. наук, доцент

Українська державна академія залізничного транспорту, г. Харків

І. В. ХОМЕНКО, канд. техн. наук, доцент

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», г. Харків

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ФОРМ ОСНОВНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

*Проведены исследования магнитных цепей электротехнических устройств. Показано, что магнитные цепи являются цепями с распределенными параметрами, влияние окружающей среды существенно усложняет картину магнитного поля, сближая задачу расчета магнитной цепи с задачей расчета магнитного поля. Установлены дифференциальные формы аналитических зависимостей (законов Ома и Кирхгофа) основных величин магнитного поля. С помощью полученных зависимостей выведена формула определения напряженности магнитного поля намагниченного тела, описывающая её зависимость от геометрических параметров тела и величины его намагниченности.*

*Проведено дослідження магнітних кіл електротехнічних пристроїв. Показано, що магнітні кола є колами з розподіленими параметрами, вплив навколишнього середовища істотно ускладнює картину магнітного поля, зближуючи завдання розрахунку магнітного кола із завданням розрахунку магнітного поля. Установлено диференціальні форми аналітичних залежностей (законів Ома й Кірхгофа) основних величин магнітного поля. За допомогою отриманих залежностей виведена формула визначення напруженості магнітного поля намагніченого тіла, що описує її залежність від геометричних параметрів тіла й величини його намагніченості.*

### Вступ

Принцип дії більшості електротехнічних пристроїв заснована на загальному законі електричного поля, пов'язаного з магнітним полем, що змінюється, – законом

електромагнітної індукції  $\left( \oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} d\vec{S} \right)$ . Цей закон був відкритий Фарадеєм, але

вперше в диференціальній формі  $\left( [\nabla \vec{E}] = -\frac{d\vec{B}}{dt} \right)$  був записаний Максвеллом у якості одного з

його рівнянь [1]. Ефективність функціонування електроенергетичних та електротехнічних пристроїв багато в чому визначається величиною магнітного потоку, створюваного в певній частині простору. Щоб збільшити магнітний потік застосовують спеціальні засоби – феромагнітні магнітопровіди, які є складовими частинами магнітних кіл таких пристроїв. Методи розрахунку магнітних кіл засновані на законах Ома й Кірхгофа в інтегральній формі, аналогічних законам Ома й Кірхгофа для електричних кіл [2].

В електричних колах у результаті досить великого розходження питомої провідності провідників і питомої провідності навколишнього ізолюючого середовища вдається створити досить протяжні спрямовані шляхи для електричного струму. При цьому питома провідність провідного середовища перевищує провідність ізолюючого середовища більш ніж у  $10^{20}$  раз.

Магнітне коло, хоча й складається з окремих феромагнітних ділянок, неодмінно містить у собі й навколишнє середовище – повітряні зазори, де утворюються магнітні поля розсіювання. Причому, для магнітних кіл немає настільки великого розходження між абсолютною магнітною проникністю феромагнітних ділянок і абсолютною магнітною проникністю навколишнього середовища (повітря), як між питомими провідностями провідного й ізолюючого середовищ в електричних колах. Звичайно магнітна проникність

феромагнітних ділянок не більш ніж у  $10^3 \div 10^4$  разів перевищує магнітну проникність повітря, а при насиченні феромагнітних матеріалів це співвідношення стає ще меншим. У повітрі створюються паралельні шляхи проходження магнітного потоку з більшими магнітними опорами. Таким чином, навіть короткі магнітні кола, які, як правило, мають порівняно невеликі розміри й невелике число віток і вузлів, є колами з розподіленими параметрами, причому, закон розподілу магнітного потоку по довжині тієї або іншої ділянки магнітного кола заздалегідь не відомий [3]. Крім того, ділянки магнітного кола можуть відрізнятися розмаїтістю параметрів і характеристик, обумовлених розходженням хімічного складу матеріалу, технологією його виробництва, умовами термічної або механічної обробки та інше, що також істотно ускладнює картину магнітного поля, зближуючи тим самим завдання розрахунку магнітного кола із завданням розрахунку магнітного поля.

Вище перераховане настільки ускладнює розрахунки магнітних кіл, що навіть при постійному магнітному потоці, тобто при постійному струмі в котушках, що намагнічують, точний розрахунок кіл може бути виконаний тільки із залученням методів теорії електромагнітного поля.

От чому аналіз і дослідження основних величин і диференціальних аналітичних залежностей, що характеризують магнітне поле, а також запис законів Ома й Кірхгофа для магнітних кіл у диференціальній формі є досить актуальними проблемами.

### Основна частина

Завданням дійсної роботи є аналіз і дослідження диференціальних форм основних залежностей, що описують магнітні поля, визначення з їхньою допомогою магнітного поля, створеного намагніченим масивним тілом. Метою і практичним результатом є підвищення точності розрахунків та ефективності функціонування пристроїв, принцип дії яких заснований на загальному законі для електричного поля, на законі електромагнітної індукції.

Сукупність феромагнітних або яких-небудь інших тіл (середовищ), по яких замикається магнітний потік, створюваний джерелами магніторушійної сили (МРС) (котушками зі струмом) є магнітним колом [2]. Процеси, що протікають у магнітному колі, і стани кінцевих її ділянок описуються законами Ома й Кірхгофа в інтегральній формі. Магнітне коло розраховується за допомогою таких параметрів як магнітний потік  $\Phi$ , магніторушійна сила  $F$  і магнітна напруга  $U_M$ .

Для знаходження диференціальних форм законів Ома й Кірхгофа виділимо в магнітному середовищі невеликий паралелепіпед об'ємом  $dV$  (довжина ребра цього паралелепіпеда  $dl$ , а площа поперечного перерізу  $dS$ ) і розташуємо даний паралелепіпед так, що вектор напруженості  $\vec{H}$  магнітного поля був би спрямований паралельно ребру. У силу малості об'єму можна вважати, що напруженість магнітного поля  $\vec{H}$  та сама у всьому елементарному об'ємі й збігається по напрямку з вектором елемента довжини  $d\vec{l} = dl\vec{n}_0$  й вектором елементарної поверхні  $d\vec{S} = dS\vec{n}_0$ , де  $\vec{n}_0$  - одиничний вектор по напрямку векторів  $d\vec{l}$ ,  $d\vec{S}$  і  $\vec{H}$ .

Магнітний потік через площу поперечного перерізу  $dS$  паралелепіпеда, тобто потік вектора магнітної індукції через дану поверхню визначається співвідношенням:  $d\Phi = \vec{B}d\vec{S}$ . Магнітній напрузі на виділеному елементі об'єму з ребром довжиною  $d\vec{l}$  відповідає вираження:  $dU_M = \vec{H}d\vec{l}$ . Магнітний опір розглянутого паралелепіпеда:  $dR_M = \frac{d\vec{l}}{\mu_a d\vec{S}}$ .

Припускаючи, що магнітний потік розподілений рівномірно по перерізу, і зневажаючи потоком розсіювання, зважаємо магнітну індукцію однаковою у всіх точках елементарного об'єму  $dV$ , тому однакою буде у всіх точках цього об'єму  $dV$  й магнітна проникність  $\mu_a$ .

Закону Ома в інтегральній формі для ділянки магнітного кола відповідає рівняння:

$$d\Phi \cdot dR_M = dU_M.$$

Підставивши у формулу закону Ома еквіваленти магнітного потоку  $d\Phi$ , магнітного опору  $dR_M$  й магнітної напруги  $dU_M$ , одержимо:

$$\vec{B}d\vec{S} \frac{d\vec{l}}{\mu_a d\vec{S}} = \vec{H}d\vec{l}, \quad (1)$$

звідки:

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H}. \quad (2)$$

Даний вираз, що описує взаємозв'язок основних параметрів магнітного поля, це і є закон Ома в диференціальній формі для магнітного середовища.

Тому що магнітний потік  $\Phi$  через деяку поверхню – це потік вектора магнітної індукції через цю поверхню, тобто:

$$\frac{d\Phi}{d\vec{S}} = \frac{\vec{B}d\vec{S}}{d\vec{S}} = \vec{B}. \quad (3)$$

Стало бути, вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  варто трактувати як вектор поверхневої щільності магнітного потоку.

Таким чином, закон Ома в диференціальній формі для магнітного середовища встановлює зв'язок між щільністю магнітного потоку в даній точці магнітного середовища й напруженістю магнітного поля в цій же точці. Він аналогічний закону Ома в диференціальній формі ( $\vec{\delta} = \gamma \vec{E}$ ) для провідного середовища.

Виразення (3) справедливе для областей простору, незайнятих струмом, де магнітне поле можна розглядати як потенційне, для якого  $[\nabla \vec{H}] = 0$ ,  $\vec{H} = -\nabla \varphi_m$  (тут  $\varphi_m$  - скалярний магнітний потенціал).

В областях зайнятих струмом, де є джерело МРС, діє ще й вихрове магнітне поле (стороннє) напруженістю  $\vec{H}'$ , ротор якого відмінний від нуля:  $[\nabla \vec{H}'] = \vec{\delta}$ . Повне значення напруженості магнітного поля в цих областях відповідно до принципу суперпозиції дорівнює геометричній сумі напруженості потенційного й вихрового полів:  $\vec{H}_\Sigma = \vec{H} + \vec{H}'$ .

Стало бути, закону Ома в диференціальній формі для даних областей простору відповідає наступне вираження:

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H}_\Sigma = \mu_a (\vec{H} + \vec{H}'), \quad (4)$$

тут:  $\vec{H}'$  – напруженість стороннього магнітного поля, створюваного джерелом МРС.

Останнє рівняння (4) є узагальненим законом Ома для магнітного поля в диференціальній формі, що аналогічний узагальненому закону Ома ( $\vec{\delta} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}_{стор})$ ) в диференціальній формі для електричного поля в провідному середовищі.

Формула узагальненого закону Ома в диференціальній формі для магнітного кола є також і рівнянням другого закону Кірхгофа в диференціальній формі.

Другий закон Кірхгофа в інтегральній формі для магнітних кіл по суті справи є інша форма запису закону повного струму в інтегральній формі, тобто:  $\oint_l \vec{H}_\Sigma d\vec{l} = I$ . Тому що

струм  $I$  - це скаляр алгебраїчного порядку  $\left( I = \int_s \vec{\delta} d\vec{S} \right)$ , а вектор напруженості  $\vec{H}_\Sigma$

магнітного поля для ізотропних і однорідних середовищ може бути визначений як:  $\vec{H}_\Sigma = \frac{\vec{B}}{\mu_a}$ ,

то другому закону Кірхгофа для магнітних кіл в інтегральній формі відповідає вираження:

$$\oint_l \frac{\vec{B}}{\mu_a} d\vec{l} = \int_S \vec{\delta} d\vec{S}.$$

Відповідно до першого рівняння Максвелла, тобто законом повного струму в диференціальній формі:  $\vec{\delta} = [\nabla \vec{H}_\Sigma]$ , тому:  $\oint_l \frac{\vec{B}}{\mu_a} d\vec{l} = \int_S [\nabla \vec{H}_\Sigma] d\vec{S}$ .

В розглянутих однорідних і ізотропних магнітних середовищах  $\mu_a = const$ , тому величину  $\mu_a$  можна винести з під знака інтеграла й внести під знак ротора. Таким чином,

$$\frac{1}{\mu_a} \oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_S [\nabla \vec{H}_\Sigma] d\vec{S}, \text{ або } \oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_S [\nabla \mu_a \vec{H}_\Sigma] d\vec{S}.$$

На підставі теореми Стокса лінійний інтеграл  $\oint_l \vec{B} d\vec{l}$  може бути перетворений у поверхневий  $\int_S [\nabla \vec{B}] d\vec{S}$ , тому:

$$\int_S [\nabla \vec{B}] d\vec{S} = \int_S [\nabla \vec{H}_\Sigma] d\vec{S}.$$

Але рівність двох інтегралів припускає рівність підінтегральних виражень, тобто:

$$[\nabla \vec{B}] = [\nabla \mu_a \vec{H}_\Sigma].$$

Отже:

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H}_\Sigma = \mu_a (\vec{H} + \vec{H}'). \quad (5)$$

Таким чином, отримане вираження (5) адекватне вираженню (4) узагальненого закону Ома в диференціальній формі, є також другим законом Кірхгофа в диференціальній формі для магнітного середовища.

Магнітний потік є потік вектора магнітної індукції через деяку поверхню  $\left( \Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \right)$ .

Якщо поверхня замкнута сама на себе, то, як показує досвід, магнітний потік, що ввійшов усередину будь-якого об'єму, дорівнює магнітному потоку, що вийшов з того об'єму, тобто:  $\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$  [5].

Дане рівняння являє собою математичний запис принципу безперервності магнітного потоку, що є першим законом Кірхгофа в інтегральній формі [3].

Якщо розділити ліву й праву частини вираження принципу безперервності магнітного потоку на об'єм  $V$ , що перебуває усередині замкнutoї поверхні  $S$ , і знайти межу відносини,

коли даний об'єм прямує до нуля:  $\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \vec{B} d\vec{S}}{V} = 0$ , або:

$$\nabla \vec{B} = 0. \quad (6)$$

Таким чином, отримане вираження (6) можна трактувати як диференціальну форму математичного запису першого закону Кірхгофа. Воно означає, що в будь-якій точці магнітного поля немає ні стоків, ні джерел ліній вектора  $\vec{B}$  магнітної індукції, тобто лінії вектора  $\vec{B}$  ніде не перериваються, вони являють собою замкнуті на себе лінії. Диференціальна форма першого закону Кірхгофа відповідає диференціальній формі запису принципу безперервності магнітного поля.

Неважко помітити, що формула (6) першого закону Кірхгофа в диференціальній формі для магнітного середовища ( $\nabla \vec{B} = 0$ ) аналогічна формулі першого закону Кірхгофа в диференціальній формі ( $\nabla \vec{\delta} = 0$ ) для провідного середовища.

Диференціальні форми законів Ома й Кірхгофа дозволяють одержати вираження, що описує напруженість  $\vec{H}$  магнітного поля намагніченого масивного тіла, через вектор його намагніченості  $\vec{J}$  [4], розподіл якого в об'ємі тіла відомо, а поза нього всюди відсутній.

Поза намагніченим тілом поле напруженості  $\vec{H}$  ідентично полю магнітної індукції  $\vec{B}$ , тому що  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$ , але  $\vec{J} = 0$ . У середині магнітного середовища лінії індукції тривають безупинно, тому що  $\nabla \vec{B} = 0$ , те  $\vec{B}$  не має джерела, але зате має вихри там же, де й  $\vec{J}$  - на бічній поверхні. Тут лінії  $\vec{B}$  переломлюються, однак умова  $\nabla \vec{B} = 0$  продовжує виконуватися [4].

Якщо припустити, що  $\vec{B} = \mu_a \vec{H}$  й  $\mu_a = const$  у всій області магнітного поля, то основні рівняння магнітного поля в умовах статки (тобто у відсутності струмів) приймають вид [4]:  $[\nabla \vec{H}] = 0$ ,  $\nabla \vec{B} = \nabla \mu_a \vec{H} = \mu_a \nabla \vec{H} = 0$ .

Так як дивергенція й ротор напруженості магнітного поля у всьому просторі дорівнюють нулю, то в ньому немає ні джерел, ні вихрів. А це значить, що сама напруженість поля теж скрізь дорівнює нулю. У магнітостатики можна одержати поле тільки при наявності намагніченого середовища, стан якого визначається вектором намагніченості  $\vec{J}$  [4]. Причому джерелом магнітного поля є вектор намагніченості  $\vec{J}$  намагніченого середовища і відповідно до диференціальної форми узагальненого закону Ома (другого закону Кірхгофа) для магнітних середовищ:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}). \quad (7)$$

Раніше встановлена диференціальна форма першого закону Кірхгофа для магнітних кіл показує, що:

$$\nabla \vec{B} = \nabla \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = 0, \text{ або: } \nabla \mu_0 \vec{H} + \nabla \mu_0 \vec{J} = 0,$$

тому:

$$\nabla \vec{H} = -\nabla \vec{J}. \quad (8)$$

Таким чином, поле напруженості  $\vec{H}$  безвихрове і його джерела перебувають там же, де й джерела намагніченості  $\vec{J}$ , але тільки мають протилежні знаки, тобто там, де обриваються лінії  $\vec{J}$ , починаються лінії  $\vec{H}$  й навпаки.

Якщо намагніченість  $\vec{J}$  існує у відсутності електричних струмів, то магнітне поле створюється саме намагніченістю. Магнітне поле безвихрове й, тому, вектор напруженості  $\vec{H}$  може бути визначений як градієнт скалярної функції магнітного потенціалу  $\varphi_m$  [5], тобто:  $\vec{H} = -\nabla \varphi_m$ . Після підстановки значення вектора  $\vec{H}$  в рівняння (8) одержуємо:

$$\nabla(-\nabla \varphi_m) = -\nabla \vec{J}.$$

Отже:

$$\Delta \varphi_m = \nabla \vec{J}. \quad (9)$$

Таким чином, щоб визначити  $\varphi_m$  необхідно вирішити рівняння Пуассона:

$$\frac{d^2 \varphi_m}{dx^2} + \frac{d^2 \varphi_m}{dy^2} + \frac{d^2 \varphi_m}{dz^2} = \nabla \vec{J}.$$

Це завдання вирішується за допомогою теореми Гріна, застосовної до об'єму V, обмеженому замкнутою поверхнею S [6]:

$$\varphi_m = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\Delta\varphi_m}{r} dV - \frac{1}{4\pi} \oint_S \left( \varphi_m \frac{d}{dn} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{d\varphi_m}{dn} \right) ds, \quad (10)$$

де:  $r$  - відстань від заданої точки простору до деякої довільно обраної початкової точки.

На поверхні  $S$  розподілу намагніченого тіла й навколишнього середовища відсутній поверхневий струм і рівні нормальні складові векторів магнітної індукції  $\vec{B}$ , тому при переході через граничні поверхні функція магнітного потенціалу  $\varphi_m$  змінюється безупинно, а її похідна  $\frac{d\varphi_m}{dn}$ , тобто  $\nabla\varphi_m$  або  $\vec{H}$ , перетерплює розрив [4]. У цьому випадку теорема Гріна може бути застосовна за умови, що дана поверхня  $S$  може бути виділена з досліджуваного об'єкта за допомогою замкнутої поверхні, яка  $S_0$  щільно охоплює її. Причому, на обох сторонах поверхні  $S$  розриву позитивні нормалі  $\vec{n}_1$  й  $\vec{n}_2$  спрямовані до неї, тому справедливо вираження:

$$\frac{d}{dn_1} \frac{1}{r} = -\frac{d}{dn_2} \frac{1}{r}.$$

Отже:

$$\lim_{S_0 \rightarrow S} \oint_S \varphi_m \frac{d}{dn} \frac{1}{r} dS = \int_S \varphi_m \left( \frac{d}{dn_1} \frac{1}{r} + \frac{d}{dn_2} \frac{1}{r} \right) dS = 0. \quad (11)$$

Остаточне вираження функції магнітного потенціалу  $\varphi_m$ , якщо зовнішній, обмежуючий розглянутий простір поверхні  $S$  йде в нескінченність, здобуває вид [6]:

$$\varphi_m = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\Delta\varphi_m}{r} dV + \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{1}{r} \left( \frac{d\varphi_m}{dn_1} + \frac{d\varphi_m}{dn_2} \right) dS. \quad (12)$$

З огляду на те, що  $\vec{H} = -\nabla\varphi_m$ , звідки  $\Delta\varphi_m = \nabla^2\varphi_m = -\nabla\vec{H}$ , а  $\frac{d\varphi_m}{dn_1} = -H_{1n}$ ,

$\frac{d\varphi_m}{dn_2} = -H_{2n}$ , стало бути:

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla\vec{H}}{r} dV - \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{H_{1n} + H_{2n}}{r} dS. \quad (13)$$

Беручи до уваги, що  $\nabla\vec{H} = -\nabla\vec{J}$ , а так само відома умова безперервності нормальних складових вектора магнітної індукції (оскільки  $\nabla\vec{B} = 0$ ), вираження для магнітного потенціалу  $\varphi_m$  здобуває наступний вид [4]:

$$\varphi_m = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla\vec{J}}{r} dV + \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{J_{1n} + J_{2n}}{r} dS. \quad (14)$$

Тому що [8]:

$$\nabla \frac{\vec{J}}{r} = \frac{\nabla\vec{J}}{r} + \vec{J} \nabla \frac{1}{r},$$

то:

$$\int_V \frac{\nabla\vec{J}}{r} dV = \int_V \nabla \frac{\vec{J}}{r} dV - \int_V \vec{J} \nabla \frac{1}{r} dV, \quad (15)$$

де інтеграл береться по всій поверхні.

Перший інтеграл правої частини останнього рівняння може бути перетворений за допомогою теореми Гауса – Остроградського. Відповідно до даної теореми потрібно взяти

поверхневий інтеграл від  $\frac{\vec{J}}{r}$ , по-перше, по поверхні що йде у нескінченність (цей інтеграл дорівнює нулю, тому що в нескінченності йде й напруженість поля, і намагніченість перетворюються в нуль), а по-друге, по тим поверхням, які охоплюють область розриву вектора  $\vec{J}$ . Тому:

$$\int_V \nabla \frac{\vec{J}}{r} dV = \int_S \frac{J_{1n} + J_{2n}}{r} dS. \quad (16)$$

Підставляючи вираження (15) і (16) у рівняння (14), одержуємо:

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi} \int_V \vec{J} \nabla \frac{1}{r} dV. \quad (17)$$

Відповідно до диференціальних операцій над скалярами й векторами, утвореними з радіуса – вектора ( $\vec{r}$ ) й вільних векторів [8]:

$$\nabla \frac{\vec{J}}{r} = -\frac{(\vec{J}\vec{r})}{r^3}, \text{ а } \nabla \frac{1}{r} = -\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Тому:  $\int_V \vec{J} \nabla \frac{1}{r} dV = \int_V \nabla \frac{\vec{J}}{r} dV$  і, стало бути:

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi} \int_V \nabla \frac{\vec{J}}{r} dV. \quad (18)$$

Отже,

$$\vec{H} = -\nabla \varphi_m = -\frac{1}{4\pi} \int_V \nabla \left( \nabla \frac{\vec{J}}{r} \right) dV. \quad (19)$$

Але [8]:

$$\nabla \left( \nabla \frac{\vec{J}}{r} \right) = -\frac{\vec{J}}{r^3} + \frac{\vec{r}3(\vec{J}\vec{r})}{r^5},$$

тому:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int_V \left( \frac{\vec{J}}{r^3} - \frac{\vec{r}3(\vec{J}\vec{r})}{r^5} \right) dV. \quad (20)$$

### Висновки

Таким чином, диференціальні форми аналітичних залежностей магнітного поля (формули першого й другого законів Кірхгофа) дозволяють установити залежність просторового розподілу напруженості магнітного поля, створюваного намагніченим тілом

$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int_V \left( \frac{\vec{J}}{r^3} - \frac{\vec{r}3(\vec{J}\vec{r})}{r^5} \right) dV$ , від його вектора намагніченості й геометричних параметрів.

Отримане вираження може бути використане для розрахунків магнітного потоку в певній частині простору при проектуванні та аналізі робочих режимів електротехнічних пристроїв, принцип дії яких заснований на законі електромагнітної індукції (електричні машини, трансформатори), з метою підвищення ефективності їхнього функціонування.

### Список літератури

1. Фейнман Р. и др. Фейнмановские лекции по физике, вып. 6. Электродинамика/ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Пер. с англ. Под ред. Я. А. Смородинского. – М.: Мир, 1977.

2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. –; М.: Гардарики, 2000.
3. Теоретические основы электротехники. Том. II. Нелинейные цепи и основы теории электромагнитного поля. Под ред. П. А. Ионкина – М.: Высшая школа, 1976. – 383 с.
4. Шимони К. Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1964. – 773 с.
5. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. – М.: Высшая школа, 1986. – 263 с.
6. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
7. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники, ч. 3, Теория электромагнитного поля. – М.: Энергия, 1969. – 352 с.
8. Маделунг Э. Математический аппарат физики. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960 – 618 с.

## **RESEARCH OF DIFFERENTIAL FORMS THE MAIN MAGNETIC FIELD DEPENDENCIES**

P.Y PRIDUBKOV, Cand. Tech. Sci.

I. V. KHOMENKO, Cand. Tech. Sci.

*The researches of magnetic circuits of electrical devices have been made. It is shown that magnetic circuits are the circuits with distributed parameters; the influence of the environment significantly complicates the pattern of magnetic field, bringing the task for magnetic circuit calculation and the task for magnetic field calculation together. Differential formulas of analytic dependences (Ohm's law and Kirchhoff's law) of main magnetic field values have been established. With the help of received dependences the formula for determination of magnetic field strength in magnetized body, which describes its dependency from geometric parameters of the body and the value of its magnetization has been developed.*

Поступила в редакцию 27.03 2010 г.

---

---