

Л. В. КОЛОДЯЖНАЯ, канд. техн. наук

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины  
(г. Харьков, E-mail: gnesin@ipmach.kharkov.ua)

## АЭРОУПРУГОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ В ТРЕХСТУПЕНЧАТОМ ОТСЕКЕ ОСЕВОГО КОМПРЕССОРА

*Представлены результаты численного анализа аэроупругого поведения вибрирующих лопаточных венцов в трехмерном потоке идеального газа в трехступенчатом отсеке компрессора. Численный метод основан на решении связанной задачи нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток в нестационарном пространственном потоке газа через взаимно движущиеся лопаточные венцы. Показано, что основной вклад в нестационарные возмущения вносят гармоники, соответствующие частотам равным произведению частоты вращения ротора на числа лопаток соседних статоров.*

*Подано результати чисельного аналізу аероупругої поведінки віброуючих лопатевих вінців у тривимірному потоці ідеального газу у триступеневому відсіку компресора. Чисельний метод ґрунтується на розв'язанні зв'язаної задачі нестационарної аеродинаміки та пружних коливань лопаток в нестационарній просторовій течії газу через лопатні вінці, що взаємно рухаються. Показано, що основний внесок в нестационарні обурювання вносять гармоніки, які дорівнюють частотам рівним добутку частоти обертання ротора на числа лопаток сусідніх статорів.*

### Введение

При проектировании и разработке широкохордных лопаточных аппаратов компрессоров и вентиляторов чрезвычайно важной проблемой является прогнозирование их аэроупругого поведения. В реальных течениях нестационарные явления, связанные с окружающей неравномерностью основного потока и вызванные колебаниями лопаток, наблюдаются только совместно.

В настоящее время развиты новые подходы в исследовании взаимодействия основного потока с колеблющимися лопатками, основанные на одновременном интегрировании уравнений движения газа и колебаний лопаток [ 1-7].

### Основная часть

**Целью** настоящей работы является численный анализ аэроупругого поведения вибрирующих лопаточных венцов в трехмерном потоке идеального газа в трехступенчатом отсеке осевого компрессора.

#### 1. Постановка задачи

Трехмерный (3D) трансзвуковой поток невязкого нетеплопроводного газа через трехступенчатый отсек осевого компрессора рассматривается в физической области, включающей статор 0 (C0), рабочее колесо 1 (ротор1), статор 1 (C1), рабочее колесо 2 (ротор2), статор 2 (C2), рабочее колесо 3 (ротор3), статор 3 (C3).

Учитывая неперIODичность потока в окружном направлении, следует в расчетную область включать все лопатки статоров и роторов. Расчетная область содержит семь подобластей, имеющие общие зоны в осевых зазорах. В каждой из подобластей геометрические и аэродинамические характеристики ротора и статора описываются в относительной или абсолютной системах координат, жестко связанных с ротором или статором соответственно.

В каждый момент времени структура потока в компрессорной отсеке характеризуется периодичностью на угловом шаге  $T$ .

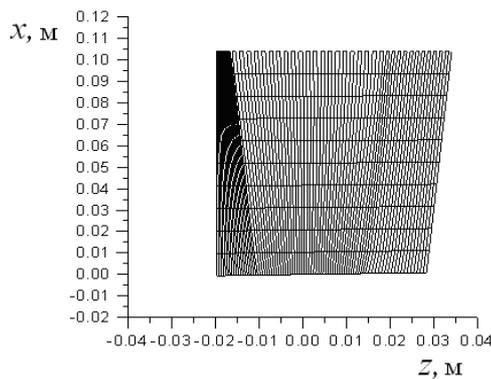
$$T_{\text{мин}} = \frac{2\pi (k_{C0} + k_{P1} + k_{C1} + k_{P2} + k_{C2} + k_{P3} + k_{C3})}{(z_{C0} + z_{P1} + z_{C1} + z_{P2} + z_{C2} + z_{P3} + z_{C3})},$$

где  $z_{P_i}$  и  $z_{C_i}$  - числа лопаток ротора и статора,  $k_{C_i}$  и  $k_{P_i}$  - взаимно простые натуральные числа, пропорциональные числам лопаток  $z_{P_i}$  и  $z_{C_i}$ .

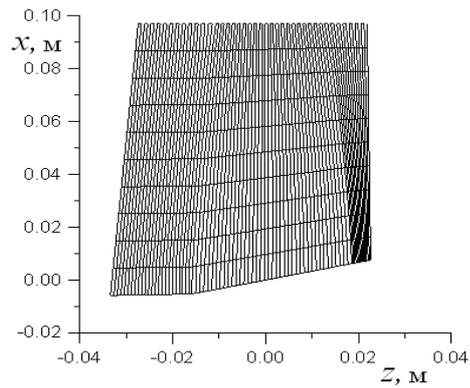
В этом случае расчетная область имеет угловой шаг равный  $T_{\text{мин}}$  и включает  $k_{C0}$  межлопаточные каналы статора 0,  $k_{P1}$  межлопаточные каналы ротора 1,  $k_{C1}$  межлопаточные каналы статора 1,  $k_{P2}$  межлопаточные каналы ротора 2,  $k_{C2}$  межлопаточные каналы статора 2,  $k_{P3}$  межлопаточные каналы ротора 3,  $k_{C3}$  межлопаточные каналы статора 3.

Расчетная область делится на  $k_{C0} + k_{P1} + k_{C1} + k_{P2} + k_{C2} + k_{P3} + k_{C3}$  - сегментов, каждый из которых включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу ротора или статора. Каждый из сегментов дискретизируется с использованием гибридной Н-Н разностной сетки для каждого из каналов ротора и Н-сетки для каждого из каналов статора. На рис.1 показаны фрагменты разностной сетки в меридиональной плоскости (рис. 1) и в тангенциальной плоскости в корневом сечении (рис. 2) для всех роторов и статоров.

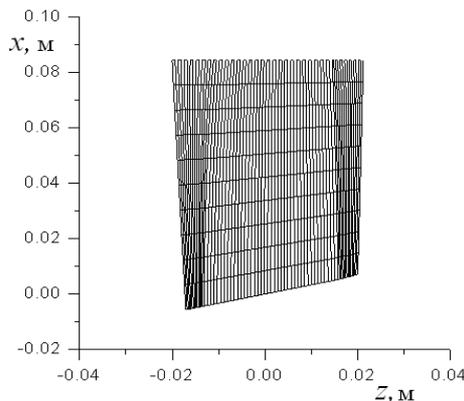
Каждый сегмент включает разностную сетку с плотностью  $10 \times 10 \times 84$  ячеек для статора 0,  $10 \times 60 \times 78$  ячеек для ротора 1,  $10 \times 48 \times 64$  - для статора 1,  $10 \times 40 \times 64$  - для ротора 2,  $10 \times 40 \times 62$  - для статора 2,  $10 \times 40 \times 60$  - для ротора 3,  $10 \times 30 \times 60$  - для статора 3.



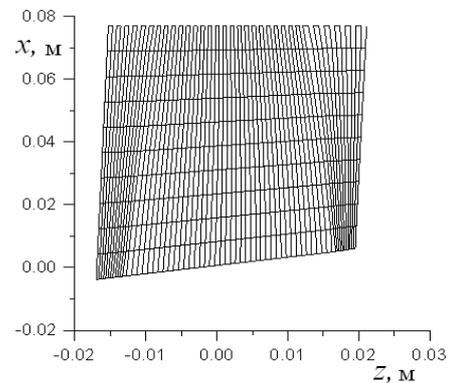
а)



б)



в)



г)

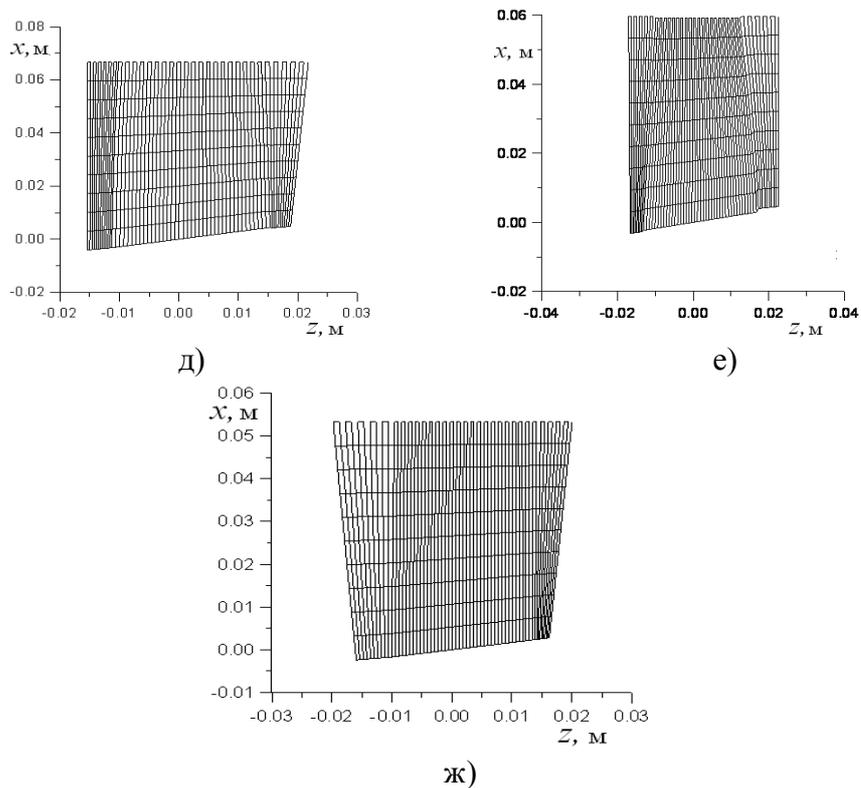
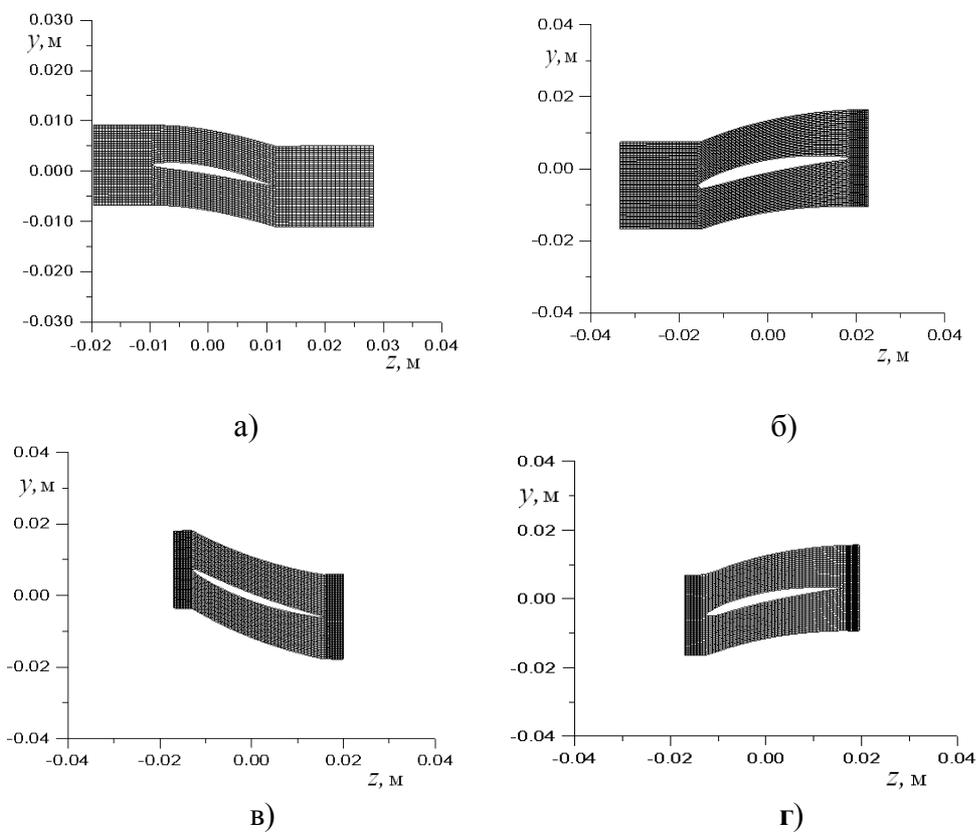


Рис. 1. Разностные сетки для каждого из каналов ротора или статора в меридиональной плоскости:  
 а) – С0; б) – Ротор1; в) – С1; г) – Ротор2; д) – С2; е) – Ротор3; ж) – С3



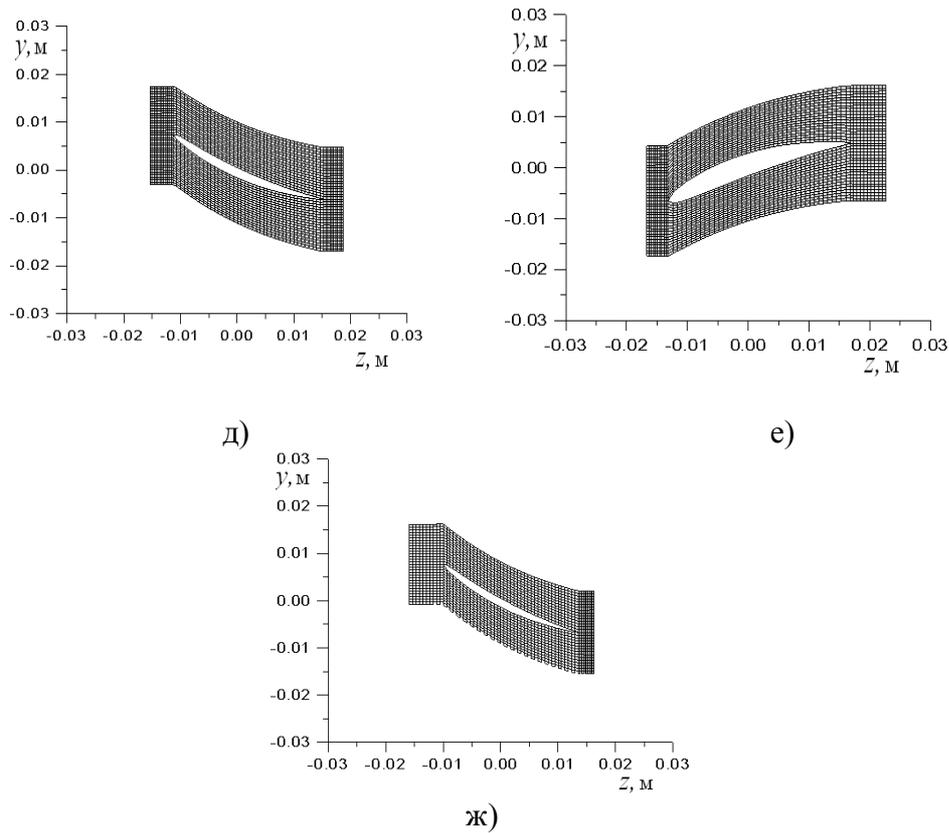


Рис. 2. Разностные сетки для каждого из каналов ротора или статора в тангенциальной плоскости (в корневом сечении):  
а) – С0; б) – Ротор1; в) – С1; г) – Ротор2; д) – С2; е) – Ротор3; ж) – С3

Нестационарный трансзвуковой поток описывается полной системой уравнений Эйлера, представленных в виде законов сохранения массы, импульса и энергии во вращающейся системе координат [7].

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} f d\Omega + \oint_{\sigma} \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma + \int_{\Omega} H d\Omega = 0, \quad (1)$$

где  $f$  – символический вектор консервативных переменных;

$\vec{F}$  – невязкий поток через боковые грани площадью  $\sigma$  с нормалью  $\vec{n}$ , ограничивающие конечный объем  $\Omega$ ;

$H$  – источниковый член.

Постановка граничных условий основана на одномерной теории характеристик. В общем случае, когда осевая скорость потока является дозвуковой, в качестве граничных условий принимаются:

$$\text{– на входе } T_0 = T_0(x, y), p_0 = p_0(x, y), \alpha = \alpha(x, y), \gamma = \gamma(x, y), d\left(v_3 - \frac{2a}{\chi - 1}\right) = 0;$$

$$\text{– на выходе } p = p(x, y); dp - a^2 dp = 0; dv_1 - (\omega^2 r - 2\omega v_2) dt = 0; d\left(v_3 + \frac{2a}{\chi - 1}\right) = 0.$$

На поверхности лопатки, движущейся со скоростью  $w$ , нормальная относительная скорость потока равна нулю

$$(\vec{v} - \vec{w}) \cdot \vec{n} = 0.$$

Дискретная форма уравнений (1) получена с использованием разностной схемы Годунова-Колгана со 2-м порядком аппроксимации по координатам и времени [7,8].

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\Delta t} [3f^{n+1}\Omega^{n+1} - 4f_n\Omega_n + f_{n-1}\Omega_{n-1}] + [(-f w_n + F_1)\sigma]_{i+1} - [(-f w_n + F_1)\sigma]_i + \\ & + [(-f w_n + F_2)\sigma]_{j+1} - [(-f w_n + F_2)\sigma]_j + \\ & + [(-f w_n + F_3)\sigma]_{k+1} - [(-f w_n + F_3)\sigma]_k + H_n\Omega_n = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $F_1, F_2, F_3$  векторы невязких потоков  $(F_1, F_2, F_3) = \vec{F} \cdot \vec{n}$ ; нижние и верхние индексы соответствуют “старым” и “новым” ячейкам;  $w_n$  – нормальная скорость центра грани. Газодинамические параметры на “средних” гранях находятся из решения задачи Римана с использованием итерационного процесса.

Динамическая модель колеблющейся лопатки с использованием модального подхода

$$\{ u(x, t) \} = \sum_{i=1}^N \{ U_i(x) \} q_i(t),$$

где  $U_i(x)$  – вектор перемещения лопатки по  $i$ -й моде;

$q_i(t)$  – модальный коэффициент  $i$ -й моды, приводится к системе независимых обыкновенных дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \lambda_i(t). \quad (3)$$

Здесь  $h_i$  – коэффициент механического демпфирования  $i$ -й формы;

$\omega_i$  – собственная частота  $i$ -й формы;

$\lambda_i$  – модальная сила, соответствующая перемещению по  $i$ -й форме, которая рассчитывается на каждой итерации по мгновенному распределению давления  $p$  на поверхности лопатки

$$\lambda_i = \frac{\iint_{\sigma} p \bar{U}_i \cdot \bar{n} \, d\sigma}{\iiint_v \rho \bar{U}_i^2 \, dv}.$$

где  $U_i(x)$  – вектор перемещения лопатки по  $i$ -й моде.

Определив модальные коэффициенты  $q_i$  из системы дифференциальных уравнений (3), получим перемещение и скорость лопатки в виде

$$u(x, t) = \sum_i U_i(x) q_i(t); \quad \dot{u}(x, t) = \sum_i U_i(x) \dot{q}_i(t).$$

## 2. Численный анализ

Проведен численный анализ аэроупругих характеристик лопаточных венцов в отсеке осевого компрессора, включающего направляющий аппарат и три ступени.

Числа лопаток в лопаточных венцах соответственно равны:

$$z_{C0} = 42; \quad z_{P1} = 28; \quad z_{C1} = 35; \quad z_{P2} = 42; \quad z_{C2} = 42; \quad z_{P3} = 42; \quad z_{C3} = 56.$$

Таким образом, расчетная область (зона периодичности) включает 6 межлопаточных каналов статора 0, 4 межлопаточных канала ротора 1, 5 межлопаточных каналов статора 1, 6 межлопаточных каналов ротора 2, 6 межлопаточных каналов статора 2, 6 межлопаточных каналов ротора 3 и 8 межлопаточных каналов статора 3.

Число оборотов ротора  $n = 15000$  об/мин.

Граничные условия приняты:

- на входе в статор0:  $p_0 = 101000$  Па ;  $T_0 = 288$  К в абсолютной системе координат;
- углы потока на входе в ступень в радиальном и окружном направлениях;
- на выходе за статором 3 – статическое давление меняется вдоль радиуса, как видно из рис. 3. Колебания рабочих лопаток определялись с учетом первых пяти собственных форм, собственные частоты которых приведены в таблице.

В данной работе приведены результаты численного анализа нестационарных аэродинамических характеристик трехступенчатого осевого компрессора с учетом колебаний лопаток.

На рис. 4–6 представлены графики нестационарных аэродинамических нагрузок, действующих на периферийный слой рабочей лопатки ротора 1, ротора 2, ротора 3 соответственно, а также их амплитудно-частотные спектры.

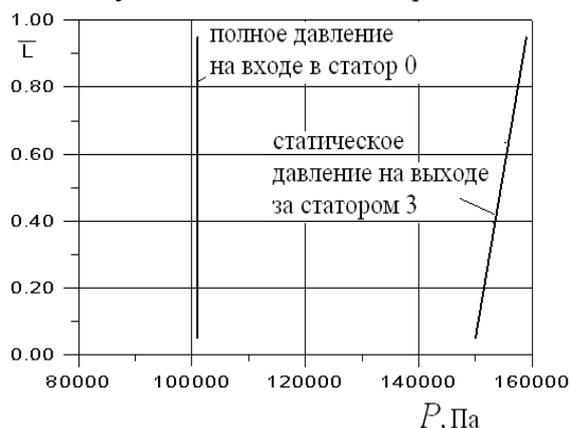


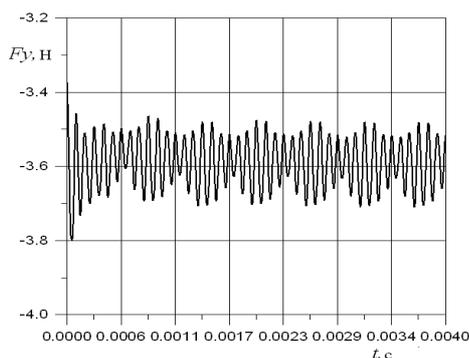
Рис. 3. Распределение полного давления на входе и противодавления за статором 3 по высоте лопатки

Таблица

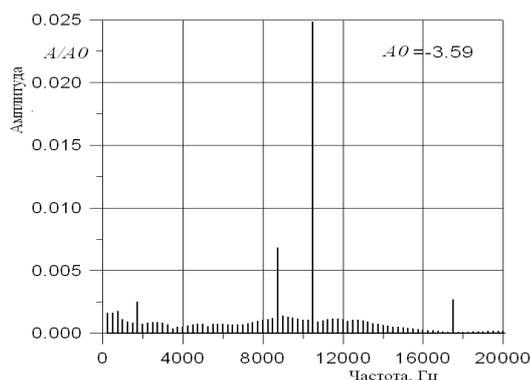
Собственные частоты

Собственная форма	1	2	3	4	5
Частота $\nu$ , Гц (Ротор1)	540	1620	2160	3240	4320
Частота $\nu$ , Гц (Ротор2)	670	2010	2680	4020	6030
Частота $\nu$ , Гц (Ротор3)	1200	3600	4800	7200	8400

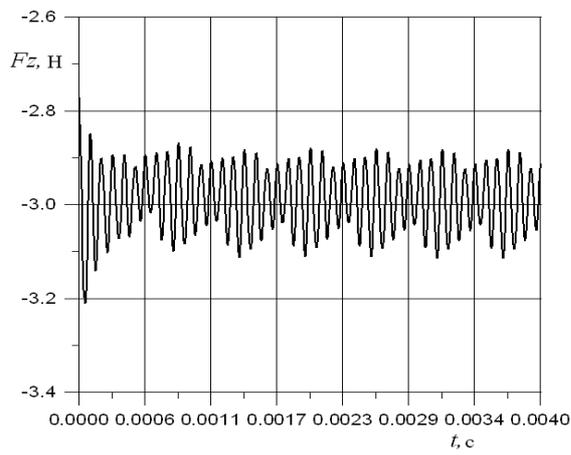
Следует обратить внимание, что нестационарные аэродинамические нагрузки включают наряду с высокочастотными возмущениями (аналогично случаю без колебаний лопаток) низкочастотные гармоники, вызванные колебаниями лопаток. Кроме того, низкочастотные возмущения аэродинамических нагрузок могут быть объяснены присутствием вращающихся вихрей, которые формируются в межлопаточных каналах и вращаются в окружном направлении.



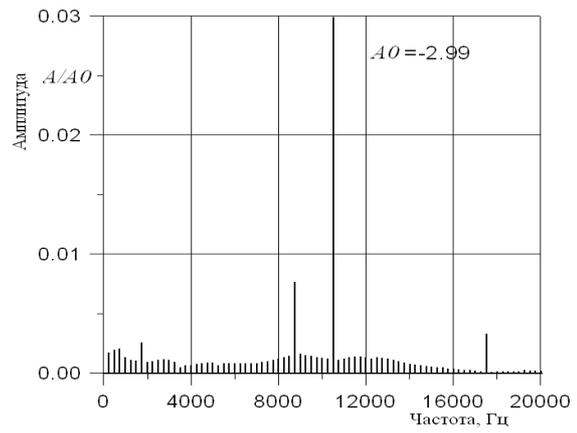
а)



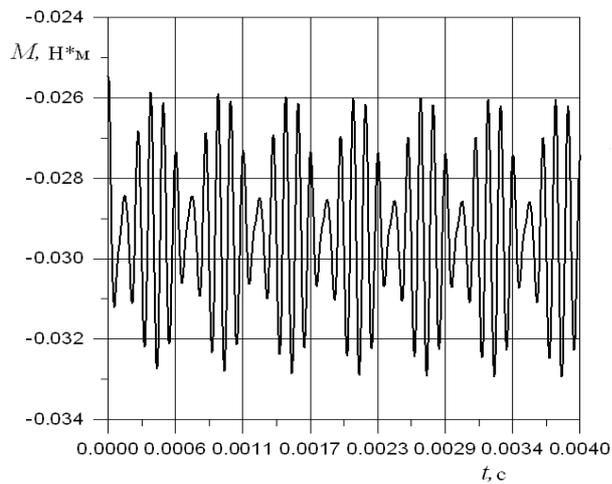
б)



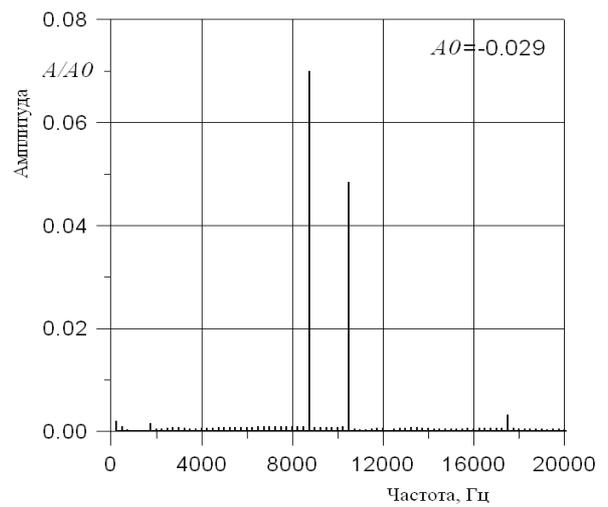
в)



г)

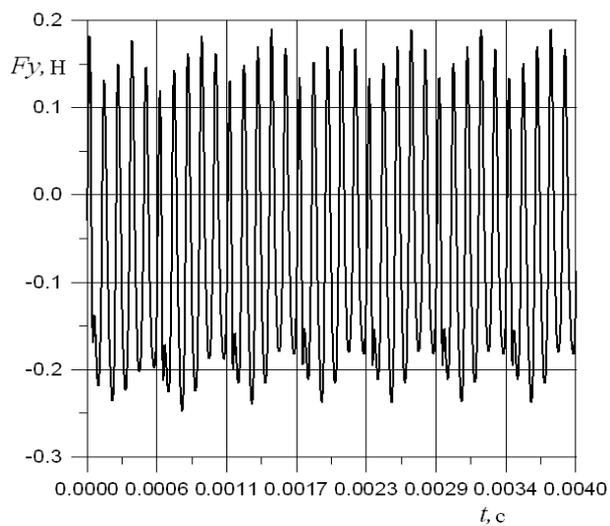


д)

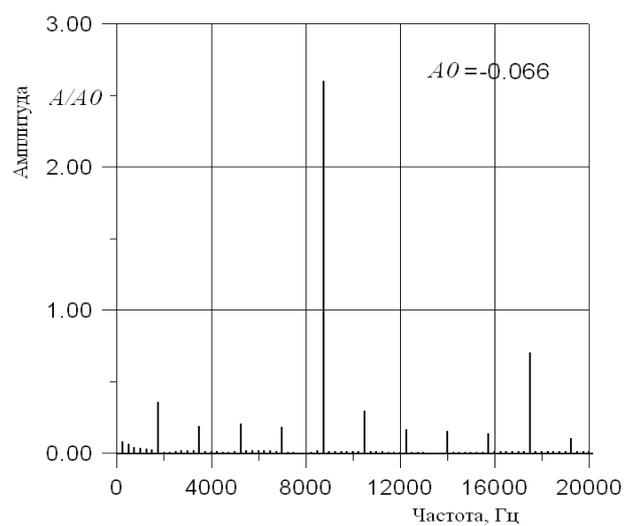


е)

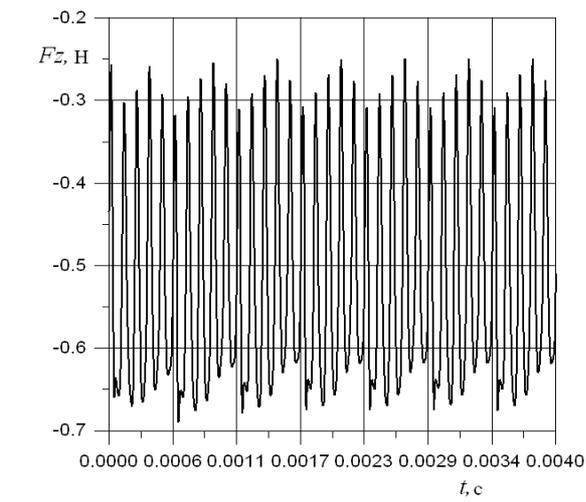
Рис. 4. Аэродинамическая нагрузка в периферийном слое рабочей лопатки (ротор 1):  
а) – б) – окружная сила; в) – г) – осевая сила; д) – е) – аэродинамический момент



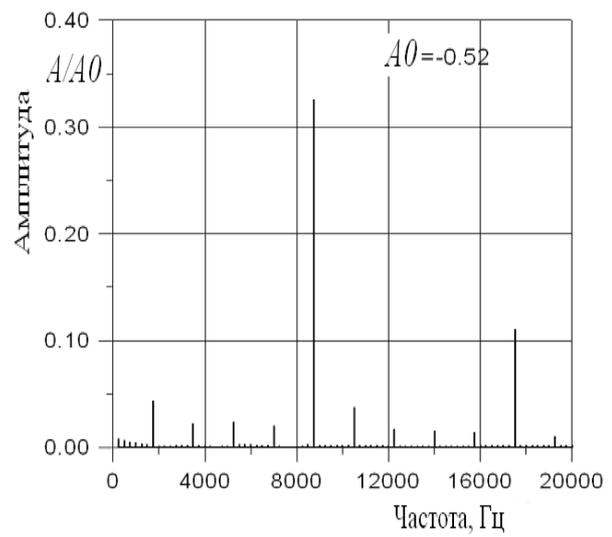
а)



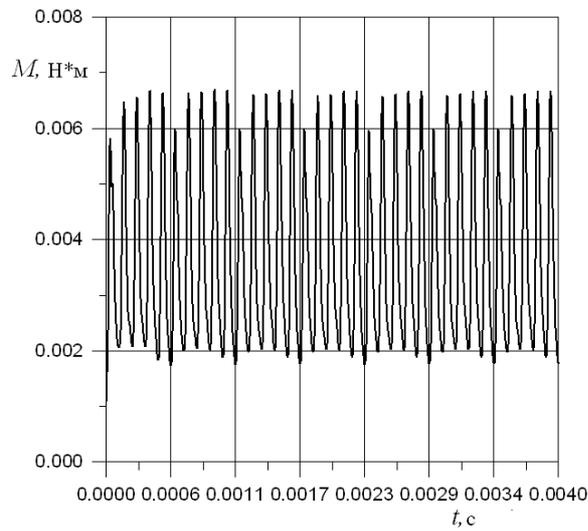
б)



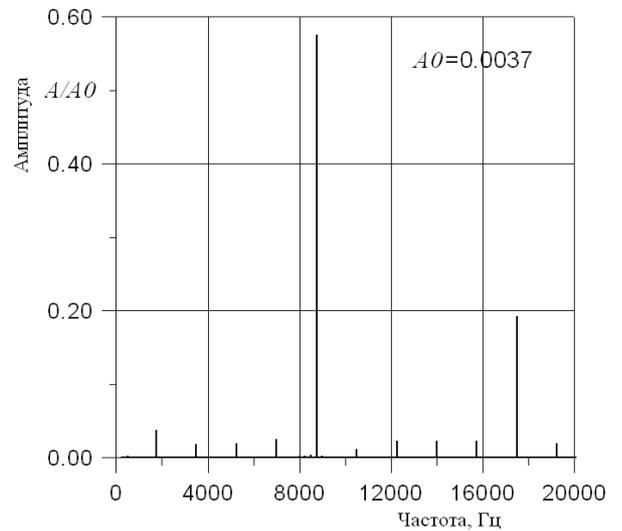
в)



г)

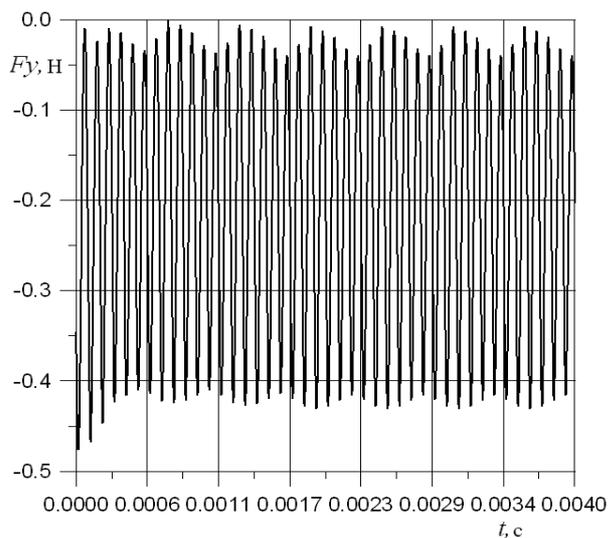


д)

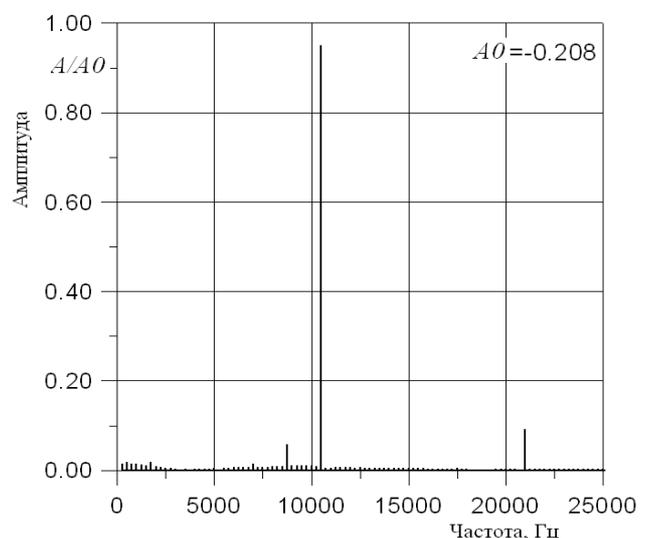


е)

Рис. 5. Аэродинамическая нагрузка в периферийном слое рабочей лопатки (ротор 2):  
а) – б) – окружная сила; в) – г) – осевая сила; д) – е) – аэродинамический момент



а)



б)

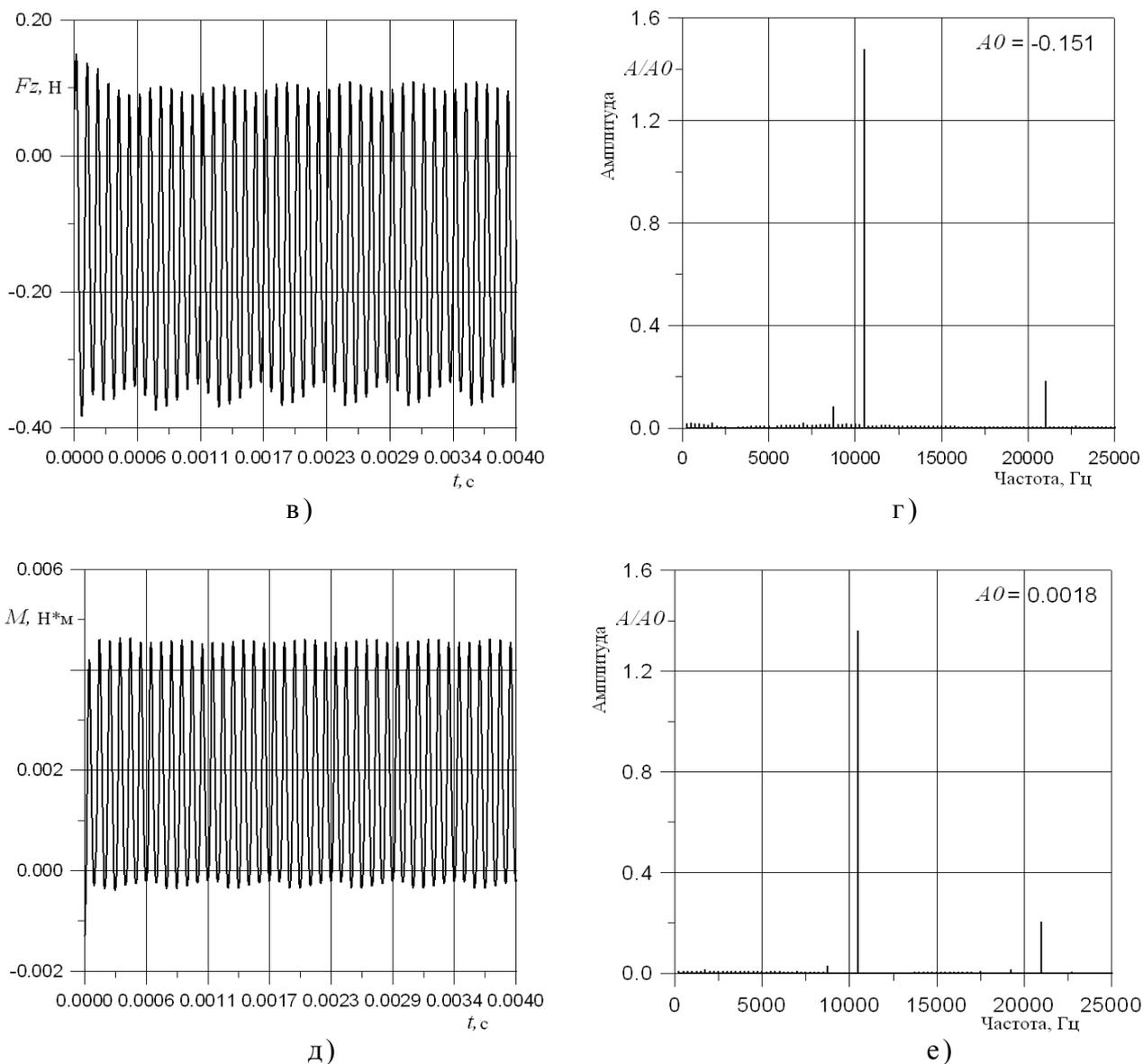


Рис. 6. Аэродинамическая нагрузка в периферийном слое рабочей лопатки (ротор 3):  
 а) – б) – окружная сила; в) – г) – осевая сила; д) – е) – аэродинамический момент

Ниже представлены графики, характеризующие колебания лопаток. Максимальная деформация имеет место в периферийном сечении лопатки.

На рис. 7–9 представлены колебания периферийного сечения рабочей лопатки в окружном (ny), в осевом (hz) направлениях и угол поворота для ротора 1, ротора 2, ротора 3 соответственно и их амплитудно-частотные спектры.

Как видно из рисунков колебания лопаток устойчивые. Принципиальный вклад в изгибные колебания вносит гармоника с частотой 400 Гц (приближенной к 1-й собственной частоте), в крутильные колебания вносит гармоника с частотами 360, 1100 и 1600 Гц (приближенная к первым трем собственным частотам). Как следует из расчетов вынужденные колебания лопаток незначительны.

### Выводы

Проведен численный анализ аэроупругого поведения вибрирующих лопаточных венцов в трехмерном потоке идеального газа в трехступенчатом отсеке компрессора.

Показано влияние лопаточных венцов на нестационарные аэродинамические нагрузки и режимы колебаний лопаток.

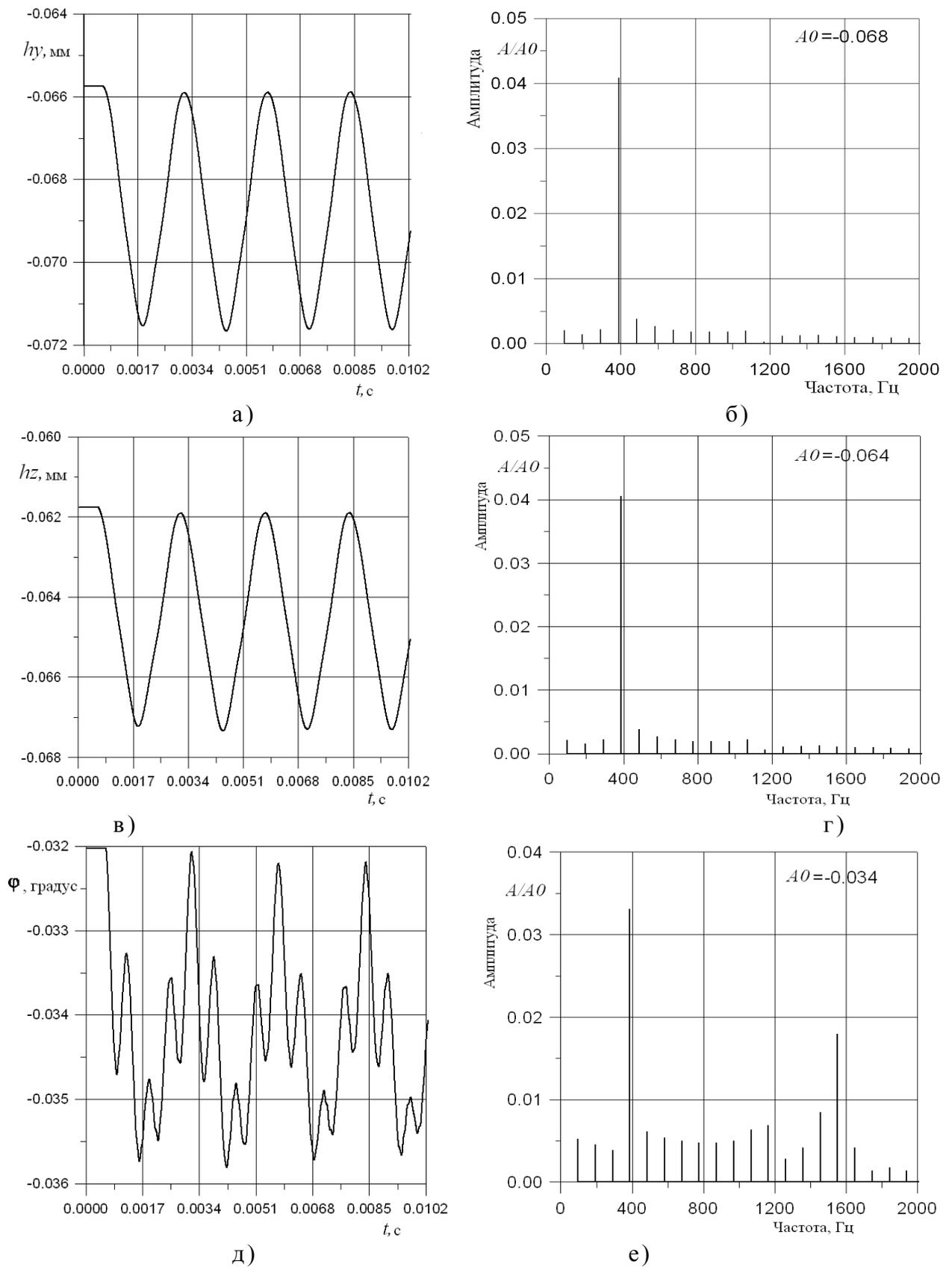


Рис. 7. Колебания периферийного сечения рабочей лопатки (ротор 1):  
 а) –б) – в окружном направлении; в) –г) – в осевом направлении;  
 д) –е) – угол поворота

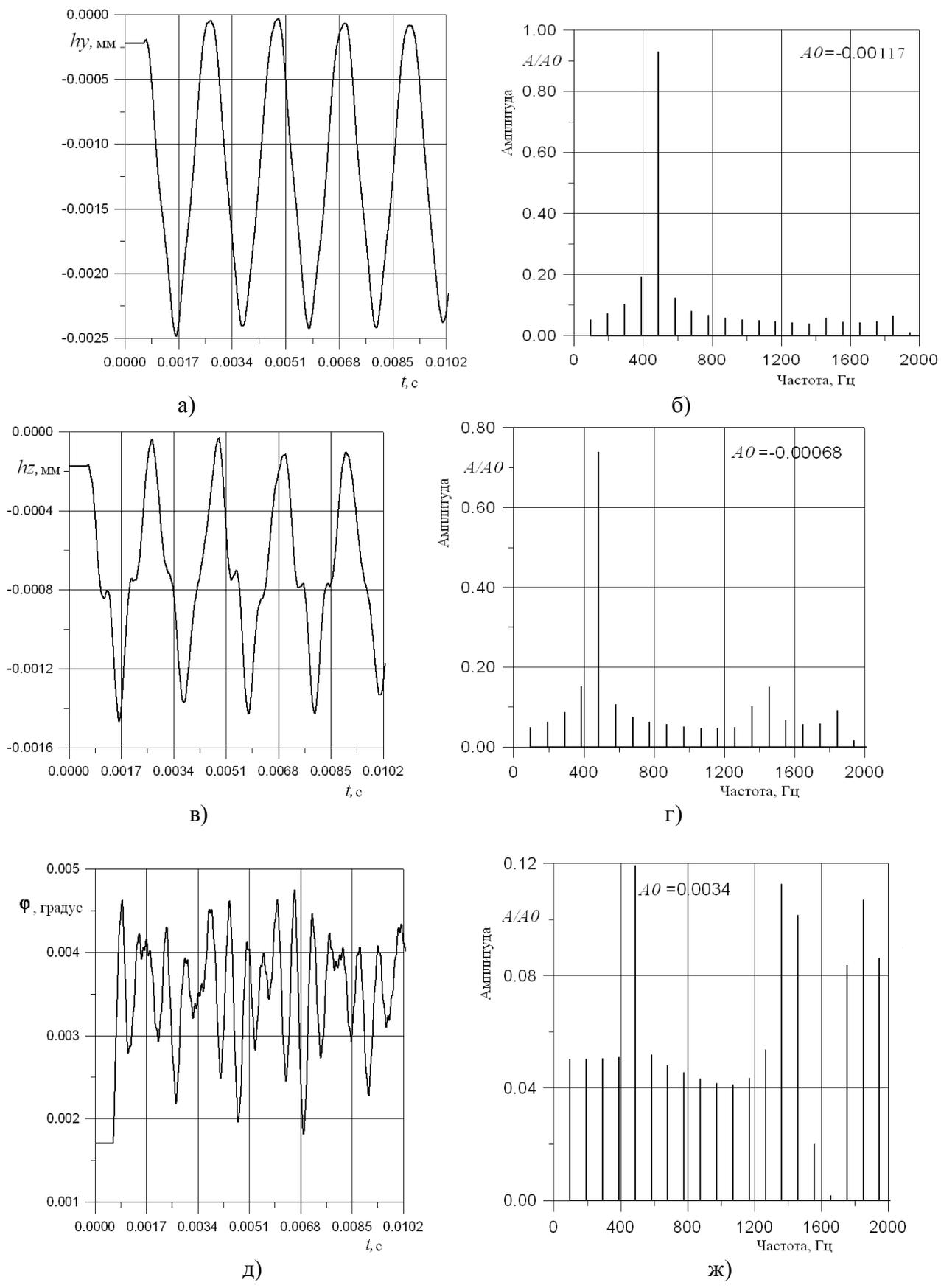
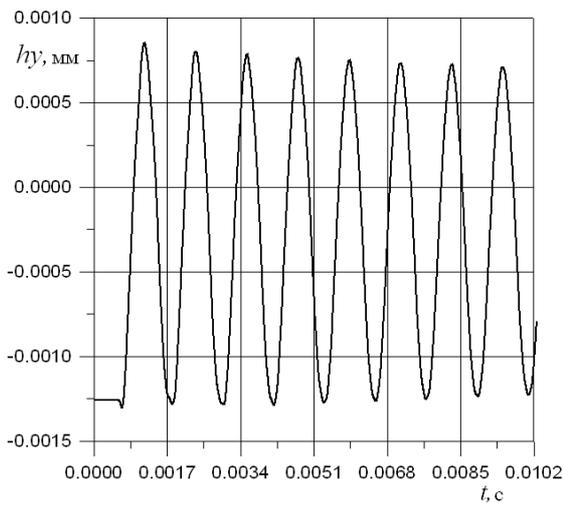
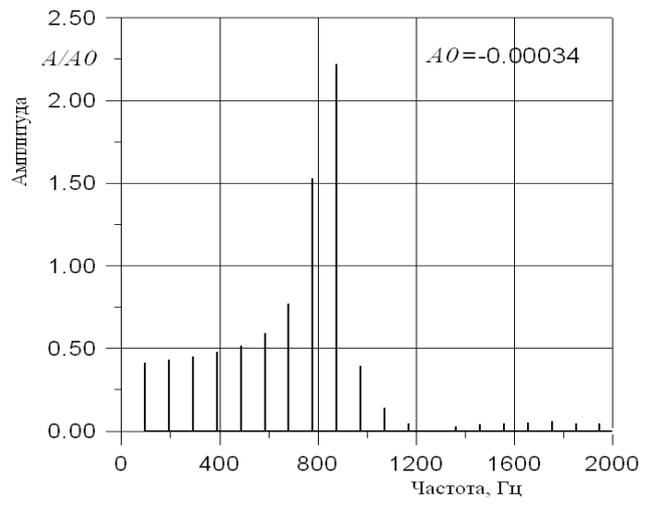


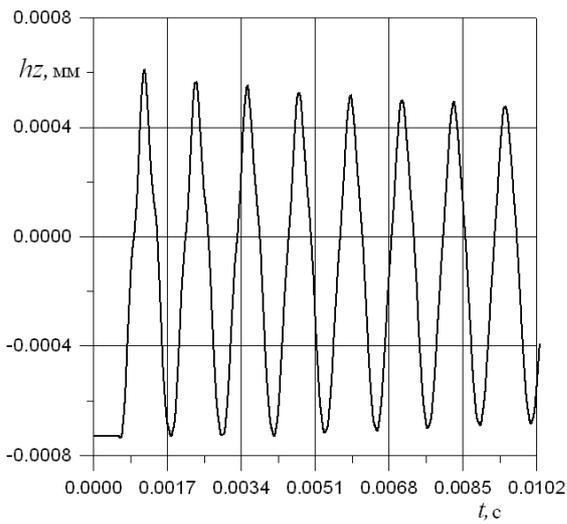
Рис. 8. Колебания периферийного сечения рабочей лопатки (ротор 2): а) – б) – в окружном направлении; в) – г) – в осевом направлении; д) – е) – угол поворота



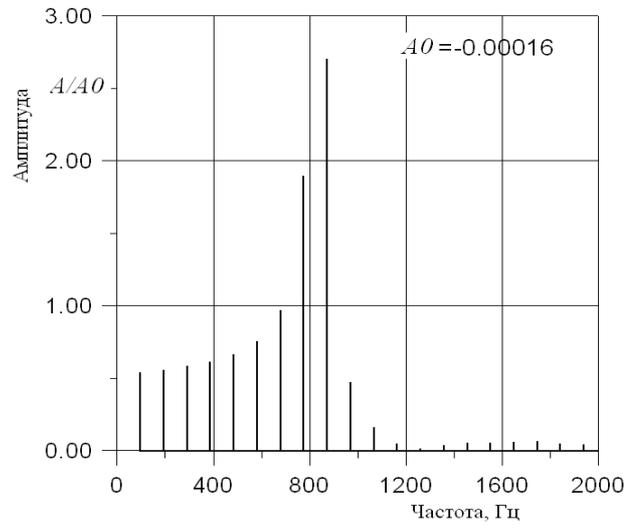
а)



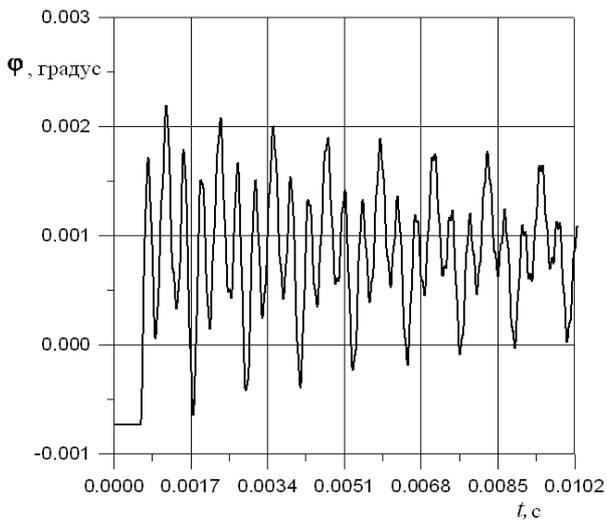
б)



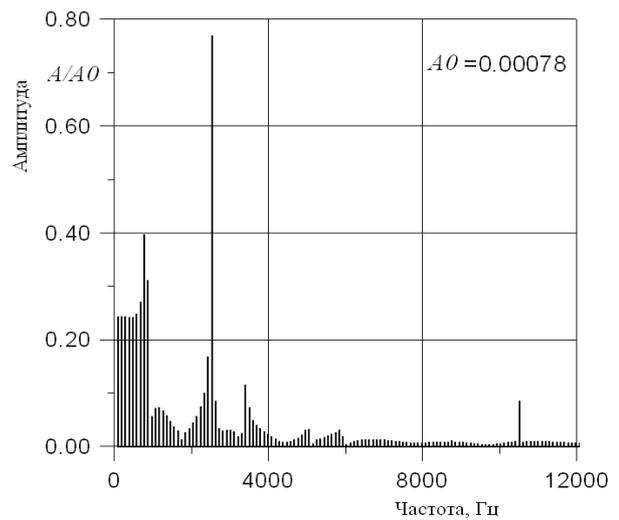
в)



г)



д)



е)

Рис. 9. Колебания периферийного сечения рабочей лопатки (ротор 3):  
а) – б) – в окружном направлении; в) – г) – в осевом направлении; д) – е) – угол поворота

Показано, что нестационарные аэродинамические нагрузки включают наряду с высокочастотными возмущениями, кратными частоте вращения ротора, низкочастотные гармоники, вызванные колебаниями лопаток.

Основной вклад в колебания лопаток вносят автоколебания с частотами близкими к частотам низших собственных форм колебаний, амплитуды вынужденных колебаний лопаток незначительны.

#### Список литературы

1. *Gnesin V.* Three-dimensional Transonic Unsteady Flow and Variable Aerodynamic Forces in Transonic Unsteady Flow Turbine and Compressor Stages/ V. Gnesin // Proceedings of 7th Intern. Symp. on Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines.– 1995.–Sept. 25–29, Fukuoka, Japan. – P. 515–532.

2. *Haldemann C.W.* Experimental Investigation of Vane Clocking in a One and ½ Stage High Pressure Turbine//ASME J. of Turbomachines.– 2005. – 127. – P. 512–521.

3. *Konig S.* Experimental Investigation of the Clocking Effect in a 1.5 – Stage Axial Turbine – Part1: Time Averaged Results/ S. Konig, B. Stoffel, M.T. Schobeiri// ASME J. of Turbomachines.– 2009. – 131. – P. 021003-1-12.

4. *Konig S.* Experimental Investigation of the Clocking Effect in a 1.5- Stage Axial Turbine– Part 2: Unsteady Results and Boundary Layer Behaviour/ S. Konig, B. Stoffel, M.T. Schobeiri// ASME J. of Turbomachines.– 2009. – 131. – P. 021004-1-8.

5. *Walker G.J.* Periodic Transition on an Axial Compressor Stator-Incidence and Clocking Effects, Part 1 and Part 2 / G.J. Walker, J.D. Hughes and W.J. Solomon// ASME Paper No 98-GT-363 and 98-GT-364.-1998.

6. *Dorney D.J.* Full Annulus Simulations of Airfoil Clocking in a 1.5 Stage Axial Compressor/ D. J. Dorney// Intern. J. Turbo Jet Engines.– 1999. – 16. – P. 149–160.

7. *Gnesin V.* A Coupled Fluid-Structure Analysis for 3D Flutter in Turbomachines/ V. Gnesin, R. Rzakowski and L. Kolodyazhnaya// ASME 2000-GT-380, Intern. Gas Turbine and Aeroengine Congress, Munich, Germany, 8–11<sup>th</sup>, May.– 2000.– P. 1–9.

8. *Gnesin V.I.* A numerical modelling of stator- rotor interaction in a turbine stage with oscillating blades/ V.I. Gnesin, L.V. Kolodyazhnaya and R. Rzakowski// Fluid and Structure.– 2004. – 19.– P.1141–1153.

### THE AEROELASTIC BEHAVIOUR OF THE BLADE ROWS IN THE THREE STAGE COMPARTMENT OF AXIAL COMPRESSOR

L.V. KOLODYAZHNAYA, Cand. Tech. Sci.

*The numerical analysis results for aeroelastic behaviour of the blade rows in the three stage compartment of axial compressor in 3D ideal gas flow have been presented.*

*The numerical method is based on the calculation of coupled problem of unsteady aerodynamics and elastic blade oscillation in unsteady space gas flow through the mutually moving blade rows.*

*There shown that the principal contribution in unsteady disturbance is brought by the harmonics with frequencies which is equal to the product of rotor rotation frequency into the stator blades numbers.*

Поступила в редакцию 26.07 2010 г.