

П. Я. ПРИДУБКОВ, канд. техн. наук, доцент

Українська державна академія залізничного транспорту, м. Харків

І. В. ХОМЕНКО, канд. техн. наук, доцент

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків

ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ МІЖ ПИТОМОЮ ПРОВІДНІСТЮ РЕЧОВИННОГО СЕРЕДОВИЩА І ЇЇ ДІЕЛЕКТРИЧНОЮ ПРОНИКНІСТЮ

Исследовано электрическое поле материальной среды, показано, что диэлектрическая проницаемость вещественной среды является её удельной ёмкостью, установлена функциональная связь между удельной проводимостью вещественной среды и её диэлектрической проницаемостью.

Досліджено електричне поле матеріального середовища, показано, що діелектрична проникність речовинного середовища є її питомою ємністю, встановлен функціональний зв'язок між питомою провідністю речовинного середовища і її діелектричною проникністю.

Вступ

Одним з основних структурних параметрів електроустановок, як і усіх електротехнічних пристроїв [1], є електрична ємність. Вона реалізується в пристроях або як окремих елемент - конденсатор, або як характеристика того або іншого елемента, наприклад, робочої ємності ліній електропередавання. Ця ємність суттєво впливає на режими в електричних мережах та системах Ефективне і надійне функціонування проєктованих електроустановок та пристроїв можна досягти лише в тому випадку, якщо при їх розробці електрична ємність враховується у повному обсязі.

Тому уточнення характеристик поняття «електрична ємність», дослідження їхніх аналітичних зв'язків з іншими структурними параметрами дозволяє усвідомити електричні процеси, що протікають в електротехнічних пристроях, і, таким чином, підвищити ефективність їхнього проєктування, тому що забезпечує необхідною базою процес створення нових методів розрахунку.

Завданням дійсної роботи є дослідження електричного поля в речовинному середовищі і його аналітичних залежностей. Крім того уточнення за допомогою цих залежностей характеристик поняття «електрична ємність» у деякому об'ємі речовинного середовища й, таким чином, підвищення ефективності рішення проблем функціонування й проєктування електричних пристроїв та електроустановок.

Основна частина

Основні рівняння електромагнітного поля, постульовані Д. Максвеллом, повною мірою описують електромагнітні процеси всіх електротехнічних пристроїв [2]. Зміст першого

рівняння Максвелла полягає в тім, що всяка зміна електричної індукції в часі $\left(\vec{\delta}_{zc} = \frac{d\vec{D}}{dt} \right)$,

струм зсуву, як і струм провідності $\left(\vec{\delta}_{np} \right)$, викликає вихрове магнітне поле $\left(rot\vec{H} \right)$

$$rot\vec{H} = \vec{\delta}_{np} + \frac{d\vec{D}}{dt} .$$

Співвідношення між векторами індукції і напруженості електричного поля, що враховує наявність зв'язаних зарядів у речовинному середовищі, описується вираженням:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} ,$$

таким чином, струм зсуву $\vec{\delta}_{zc}$ складається із двох складових [3]:

$$\vec{\delta}_{zc} = \frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{d(\epsilon_0 \vec{E})}{dt} + \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

Складова $\frac{d(\epsilon_0 \vec{E})}{dt}$ являє собою струм зсуву, що відбиває процеси в самому полі, у просторі між атомами речовини й усередині них. Складова $\frac{d\vec{P}}{dt}$, обумовлена швидкістю зміни поляризації діелектрика, є додатковим струмом зсуву, що викликається зміною поляризації речовини в результаті зміни електричного поля.

Для однорідного й ізотропного речовинного середовища [2]:

$$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E},$$

тому

$$\frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{d(\epsilon_a \vec{E})}{dt},$$

таким чином [3],

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{\delta}_{np} + \frac{d(\epsilon_a \vec{E})}{dt}.$$

Тому що відповідно до закону Ома в диференціальній формі [2]:

$$\vec{\delta}_{np} = \gamma \vec{E},$$

то перше рівняння Максвелла можна представити в наступному виді:

$$\text{rot} \vec{H} = \gamma \vec{E} + \frac{d(\epsilon_a \vec{E})}{dt}.$$

Струм зсуву $\vec{\delta}_{zc} = \frac{d(\epsilon_a \vec{E})}{dt}$ виникає в будь-якому діелектрику, у тому числі й у вакуумі, при зміні напруженості електричного поля [3]. Струм провідності $\vec{\delta}_{np}$ це викликаний електричним полем, створеним зовнішніми джерелами, упорядкований рух вільних заряджених часток у провідному середовищі. Хоча природа струму провідності й природа струму зсуву неоднакові, обоє вони володіють тією самою властивістю - викликати магнітне поле.

У відсутності зовнішнього електричного поля вхідні в структуру незарядженого діелектрика елементарні заряджені частки розташовуються таким чином, що в будь-якому макроскопічному об'ємі даного речовинного середовища результуючий заряд дорівнює нулю, і поля окремих часток взаємно компенсуються.

Для виникнення електричного струму необхідна наявність причини, що викликала б спрямований рух електричних зарядів. Цією причиною може бути, наприклад, електростатичне поле вакууму. При внесенні діелектрика (речовинного середовища) в електростатичне поле вакууму, як вільні, так і зв'язані заряди, що входять у структуру даного середовища, починають рухатися – виникає електричний струм $\vec{\delta}$. Цей струм існує доти, поки електричне поле в діелектрику не досягне свого сталого, постійного значення, і має дві складові. Струм провідності, обумовлений вільними зарядами, і струм зсуву, що відбиває процеси в самому полі й викликуваний так само зміною поляризації речовини. У результаті руху зарядів відбувається їхній перерозподіл у речовинному середовищі так, що на його поверхні утворюються поверхневі заряди, на одній частині поверхні – позитивні, а на іншій – негативні. Причому, позитивно заряджені частки переміщуються в напрямку зовнішнього поля, а негативно заряджені – у протилежному напрямку. Дані заряди розташовуються так, що пов'язане з ним поле накладається на зовнішнє й викликає зменшення результуючого поля у всіх елементах об'єму діелектрика [3]. Це обумовлено тим, що тіло діелектрика

вноситься у вакуум, діелектрична проникність якого менше діелектричної проникності тіла, тому що в речовинному середовищі ϵ , на відміну від вакууму, заряди (вільні й зв'язані). Напруженість \vec{E} результуючого поля діелектричного середовища ϵ геометричною сумою напруженості \vec{E}_0 зовнішнього поля й напруженості \vec{E}_i поля зарядів діелектрика. Значення напруженості \vec{E}_i поля зарядів речовинного середовища визначається кількістю заряджених часток, які перебувають на поверхні діелектрика.

Всі діелектричні речовинні середовища мають провідність не рівну нулю, тому на поверхні розподілу вакууму й діелектрика існують поверхневі заряди як зв'язані щільністю σ_{sp} , так і вільні щільністю σ_s . Нормальна складова вектора електричної індукції на границі розподілу перетерплює розрив, змінюється стрибком на величину поверхневої щільності вільних зарядів σ_s [4], при тім що нормаль спрямована з вакууму в діелектрик (рис. 1):

$$\sigma_s = D_n - D_{n0} = \epsilon_0(\epsilon_r E_n - E_{n0}), \quad (1)$$

де: ϵ_r – відносна діелектрична проникність речовини.

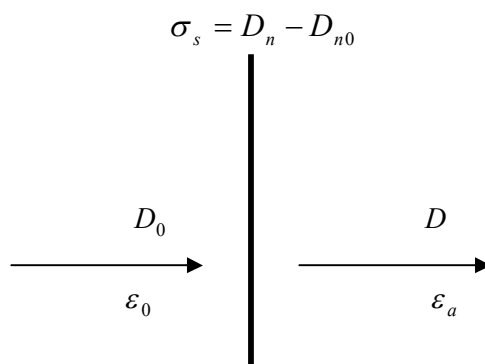


Рис. 1

Тому що для однорідних і ізотропних речовинних середовищ:

$$\epsilon_a E_n - \epsilon_0 E_{n0} = \sigma_s,$$

то:

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_s + \epsilon_0 E_{n0}}{E_n},$$

або:

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_s}{E_n} + \frac{\epsilon_0 E_{n0}}{E_n}, \quad (2)$$

де: D_n і E_n – нормальні складові відповідно вектора \vec{D} електричної індукції й вектора \vec{E} напруженості електростатичного поля діелектрика;

D_{n0} і E_{n0} – нормальні складові відповідно вектора \vec{D}_0 електричної індукції й вектора \vec{E}_0 напруженості електростатичного поля вакууму.

Таким чином, абсолютна діелектрична проникність ϵ_a речовинного середовища залежить від щільності σ_s вільних зарядів на її поверхні. Поверхневий заряд формується при внесенні діелектрика в електростатичне поле вакууму за рахунок переміщення вільних зарядів під дією електричного поля вакууму. При цьому змінюється, за рахунок зміни поверхневої щільності σ_s , і абсолютна діелектрична проникність ϵ_a речовинного середовища. Таким чином, протягом усього перехідного процесу, обумовленого внесенням

речовинного середовища в електростатичне поле вакууму, абсолютна діелектрична проникність ε_a діелектрика є функцією часу доти, поки електричне поле в діелектрику не досягне свого сталого, постійного значення. Отже, щільності струму, викликуваного зміною поверхневого заряду діелектрика при його внесенні у вакуум, відповідає наступне вираження (якщо допустити, що вектор напруженості \vec{E}_0 перпендикулярний до границі розділу діелектрика й вакууму):

$$\vec{\delta} = \frac{d\sigma_s}{dt} = \frac{d}{dt} (\varepsilon_a \vec{E} - \varepsilon_0 \vec{E}_0). \quad (3)$$

Або, з огляду на те, що електрична постійна ($\varepsilon_0 \cong 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} = \text{const}$) не залежить від часу, і незмінним у часі залишається так само й напруженість \vec{E}_0 електростатичного поля вакууму, то:

$$\vec{\delta} = \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt} + \vec{E} \frac{d\varepsilon_a}{dt}. \quad (4)$$

Перша складова даного струму $\varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt}$ є струмом зсуву. Його друга складова $\vec{E} \frac{d\varepsilon_a}{dt}$ - струмом, обумовленим зміною поверхневої щільності вільних зарядів, тобто впорядкованим рухом вільних заряджених часток при внесенні діелектрика в електростатичне поле вакууму, таким чином, струмом провідності:

$$\vec{\delta}_{np} = \vec{E} \frac{d\varepsilon_a}{dt}. \quad (5)$$

Тому що відповідно до закону Ома в диференціальній формі для провідного середовища струм провідності визначається вираженням $\vec{\delta}_{np} = \gamma \vec{E}$, то:

$$\gamma = \frac{d\varepsilon_a}{dt}. \quad (6)$$

Отримана аналітична залежність (6) описує зв'язок між діелектричною проникністю й питомою провідністю будь-якого реального речовинного середовища.

Таким чином, при внесенні речовинного середовища, у якому відсутні діелектрики, що поляризуються, в електростатичне поле вакууму першому рівнянню Максвелла в диференціальній формі відповідає вираження:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{E} \frac{d\varepsilon_a}{dt} + \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt} = \gamma \vec{E} + \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt},$$

або:

$$\text{rot } \vec{H} = \gamma \vec{E} + \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt} = \vec{\delta}_{np} + \vec{\delta}_{zc} = \vec{\delta},$$

де: $\vec{\delta}_{zc} = \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt}$ - струм зсуву, що відбиває процеси в самому полі, у просторі між атомами діелектричної речовини й усередині них.

При наявності в речовинному середовищі діелектриків, що поляризуються, поверхнева щільність зв'язаних зарядів (зарядів поляризації) σ_{sp} на поверхні розподілу вакууму й діелектричного середовища, тобто на поверхні розриву вектора \vec{P} поляризації, визначається поверхневою дивергенцією даного вектора [4]:

$$\sigma_{sp} = -\text{Div} \vec{P} = -(\vec{P} - \vec{P}_0) \vec{n}_0 = 0 - P_n = \varepsilon_0 (0 - kE_n),$$

де: \vec{P}_0 і \vec{P} - вектори поляризації із двох сторін від поверхні розриву, причому, $\vec{P}_0 = 0$, тому що у вакуумі відсутні зв'язані заряди;

$k = \varepsilon_r - 1$ - електрична сприйнятливості діелектрика;

\vec{n}_0 – нормаль до поверхні розподілу, спрямована з вакууму в діелектрик.

Стало бути:

$$\sigma_{sp} = P_{n0} - P_n = -\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E_n = \varepsilon_0 E_n - \varepsilon_a E_n. \quad (7)$$

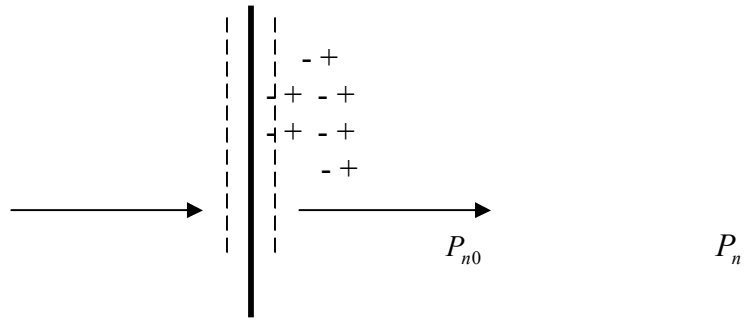


Рис. 2

Виращення, що відповідає повній щільності поверхневого заряду, може бути знайдене за допомогою складання формул (1) і (7):

$$\sigma_s + \sigma_{sp} = \varepsilon_0(E_n - E_{n0}). \quad (8)$$

Отримана формула відповідає загальному принципу лоренцівській теорії електростатичного поля в діелектриках: якщо враховувати як вільні, так і зв'язані заряди, то всі закони поля можна виражати через вектори напруженості, не звертаючись до векторів електричної індукції й ігноруючи «проникність» середовища [4].

Таким чином, нормальна складова напруженості E_{ni} електростатичного поля, створюваного вільними й зв'язаними зарядами речовинного середовища, може бути визначена вираженням:

$$E_{ni} = E_n - E_{n0} = \frac{\sigma_s + \sigma_{sp}}{\varepsilon_0}. \quad (9)$$

З огляду на те, що в розглянутому випадку:

$$\vec{E} = \vec{E}_n, \text{ а } \vec{E}_0 = \vec{E}_{n0},$$

а так само й на те, що в лінійних речовинних середовищах вектор напруженості результуючого електростатичного поля відповідно до принципу суперпозиції дорівнює геометричній сумі векторів напруженостей електростатичного поля, створюваного зарядами речовинного середовища, і поля вакууму, тобто:

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_0, \quad \text{тому:} \quad \vec{E}_i = \vec{E} - \vec{E}_0. \quad (10)$$

Тому що позитивні заряди зміщуються в напрямку зовнішнього поля, а негативні – у протилежному напрямку, і лінії електростатичного поля підходять нормально до поверхні розподілу вакууму й діелектрика, то вектори \vec{E}_i й \vec{E}_0 мають протилежні напрямки. Таким чином, модуль вектора \vec{E} напруженості результуючого поля в діелектричному середовищі буде дорівнює різниці модулів векторів \vec{E}_0 і \vec{E}_i , тобто:

$$|E| = |E_0| - |E_i|,$$

тому:

$$E_n - E_{n0} = -(|E_0| - |E|) = \frac{\sigma_s + \sigma_{sp}}{\varepsilon_0}. \quad (11)$$

Тому що величина :

$$E_{ns} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r E_n - E_{n0})}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r E_n - E_{n0}$$

є нормальною складовою напруженості електричного поля, створюваного вільними зарядами, а величина:

$$E_{nsp} = \frac{\sigma_{sp}}{\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0(E_n - \epsilon_r E_n)}{\epsilon_0} = E_n - \epsilon_r E_n$$

– нормальною складовою напруженості електричного поля, створюваного зв'язаними зарядами, то:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_s + \vec{E}_{sp}. \quad (12)$$

У правій частині першого рівняння Максвелла ($\text{rot}\vec{H} = \vec{\delta}_{np} + \vec{\delta}_{zc}$) до складу струму зсуву $\vec{\delta}_{zc}$ в цьому випадку входить додатковий струм зсуву $\left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)$, викликаний зміною поляризації речовини в результаті зміни електричного поля.

Щоб розглянути енергетичні процеси, що протікають у речовинному діелектричному середовищі при зміні напруженості електростатичного поля, наприклад, у момент її внесенні в електростатичне поле вакууму, треба виділити в даному середовищі елементарний об'єм ($dV = dS \cdot dl$).

У процесі створення електростатичного поля в цьому об'ємі від джерела електричної енергії буде взята енергія. У силу малості об'єму можна вважати, що напруженість \vec{E} електричного поля і її зміни $\frac{d\vec{E}}{dt}$ ті самі в повному об'ємі. Робота, затрачувана силами поля на переміщення одиничного заряду на відстань dl , що дорівнює довжині елементарного об'єму, визначається як [2]:

$$A = \vec{E}d\vec{l} \quad (u = A = \int \vec{E}d\vec{l}).$$

Тому що заряд dq , що проходить через поперечний переріз даного об'єму, у процесі внесення діелектрика в електростатичне поле вакууму може бути знайдений по формулі:

$$dq = \sigma dS,$$

то при переміщенні цього заряду уздовж елементарного об'єму електричне поле здійснює роботу, якій відповідає вираження:

$$dA = \sigma dS \vec{E}d\vec{l} = \sigma E dV. \quad (13)$$

Таким чином, енергія, що виділяється в елементарному об'ємі в одиницю часу, визначається як:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d(\sigma E)}{dt} dV = \vec{\delta} \vec{E} dV, \quad (14)$$

де: $\vec{\delta} = \frac{d\sigma}{dt}$ – щільність повного струму, обумовленого зміною електричного поля речовинного середовища. Причому: $\sigma = \sigma_s + \sigma_{ps}$, тому: $\delta = \frac{d\sigma}{dt} = \delta_{np} + \delta_{zc}$. Крім того:

$\vec{\delta}_{np} = \gamma \vec{E}$, і: $\vec{\delta}_{zc} = \epsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt}$, таким чином:

$$\frac{dW_{en}}{dt} = \gamma \vec{E} \vec{E} dV + \epsilon_a \vec{E} \frac{d\vec{E}}{dt} dV = \gamma E^2 dV + \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} \right) dV. \quad (15)$$

Але $\gamma E^2 dV$ – енергія, що виділяється у вигляді теплоти в елементарному об'ємі dV в одиницю часу, а $\frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} \right) dV$ швидкість зміни запасу енергії в електричному полі даного обсягу [2].

Отже, питома енергія, що запасється в електричному полі речовинного середовища:

$$w_{el} = \frac{\varepsilon_a E^2}{2} = \frac{\vec{D}\vec{E}}{2}. \quad (16)$$

Пристроєм, у якому запасється електрична енергія є конденсатор. Основною його характеристикою є електрична ємність. Під ємністю між двома провідними тілами, на яких є рівні по величині й протилежні за знаком заряди, розуміють абсолютну величину відносини заряду на одному з тіл до напруги між цими тілами [5].

На границі розділу провідника й діелектрика при відсутності струму по провідному тілу виконується умова: модуль вектора електричного зсуву D в будь-якій точці діелектрика, безпосередньо пов'язаною з поверхнею провідного тіла, чисельно дорівнює щільності заряду σ на поверхні провідного тіла в даній точці, тобто: $D = \sigma$.

Для однорідного ізотропного діелектричного середовища: $\vec{D}_i = \varepsilon_a \vec{E}$, Тому заряд dq на елементарній поверхні dS ($dq = \sigma dS$) провідного тіла визначається вираженням:

$$dq = \varepsilon_a \vec{E} d\vec{S}.$$

Напругою між розділеними діелектриком елементарними поверхнями dS провідних тіл, обумовленою зарядами, що перебувають на них, прийнято розуміти роботу, затрачувану силами поля при переносі одиничного заряду з одного тіла на інше:

$$du = \vec{E} d\vec{l}.$$

Таким чином, ємність dC між даними елементарними поверхнями, розділеними діелектриком із проникністю ε_a , визначається як:

$$dC = \frac{dq}{du} = \frac{\varepsilon_a \vec{E} d\vec{S}}{\vec{E} d\vec{l}},$$

тобто:

$$dC = \frac{\varepsilon_a dS}{dl}.$$

У тому випадку, якщо площі провідних поверхонь dS і відстані dl між ними є одиничними, то:

$$dC = \varepsilon_a. \quad (17)$$

Таким чином, абсолютна діелектрична проникність ε_a речовини є питомою ємністю.

Тому що $\varepsilon_a \vec{E} d\vec{S} = d\Psi_{en}$ – потік вектора електромагнітної індукції через поперечний переріз dS елементарного об'єму речовинного середовища із проникністю ε_a , тому електрична ємність суть коефіцієнт пропорційності між потоком вектора електричної індукції й напругою, що створює даний потік:

$$C = \frac{\int \varepsilon_a \vec{E} d\vec{S}}{\int \vec{E} d\vec{l}} = \frac{\Psi_{en}}{U}. \quad (18)$$

Швидкість надходження енергії в елементарний об'єм речовинного діелектричного середовища при його внесенні в електростатичне поле вакууму характеризується миттєвою потужністю p [6]:

$$p = \frac{dw_{en}}{dt} dV = \varepsilon_a \vec{E} \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{l} d\vec{S} = \varepsilon_a \vec{E} d\vec{S} \frac{d\vec{E} d\vec{l}}{dt}.$$

Або:

$$p = \vec{E}d\vec{l} \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{S} = ui_{zc}, \quad (19)$$

де: $u = \vec{E}d\vec{l}$ – миттєве значення напруги, прикладеної до елементарного об'єму,

$i_{zc} = \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{S} = \vec{\delta}_{zc} d\vec{S}$ – миттєве значення струму зсуву, що протікає через елементарний об'єм.

Отже, під миттєвою потужністю слід розуміти добуток миттєвого значення напруги u , прикладеного до елементарного об'єму речовинного середовища, на миттєве значення струму i_{zc} , що протікає через даний об'єм:

$$p = ui_{zc}.$$

Таким чином:

$$i_{zc} = \frac{p}{u} = \frac{\varepsilon_a \vec{E}d\vec{S}}{\vec{E}d\vec{l}} \frac{d\vec{E}d\vec{l}}{dt}, \quad (20)$$

тому:

$$i_{zc} = C \frac{du}{dt}. \quad (21)$$

Висновки

Таким чином, уточнено поняття характеристики матеріального середовища «діелектрична проникність» і параметра електротехнічних пристроїв та електроустановок «електрична ємність», установлена функціональна залежність ($\gamma = \frac{d\varepsilon_a}{dt}$), що зв'язує характеристики фізичних (провідних і діелектричної) середовищ, а так само обґрунтуванні відповідно до теорії поля енергетичні співвідношення у матеріальних середовищах. Все це забезпечує ефективне використання структурного параметра електротехнічних пристроїв електрична ємність в повному обсязі й створює теоретичні передумови для розробки нових методів проектування даних пристроїв та електроустановок.

Список літератури

1. Федоров Н. Н. Основи електродинаміки. – М.: Вища школа, 1965. 328 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле. – М.: Вища школа, 1986. – 263 с.
3. Сукачев А. П. Теоретичні основи електротехніки. Частина Й. Фізичні основи електротехніки. – Харків, 1959. – 460 с.
4. Поливанов К. М. Теоретичні основи електротехніки, ч. 3, Теорія електромагнітного поля. - М.: Енергія, 1969. – 352 с.
5. Шимони К. Теоретична електротехніка. – М.: Мир, 1964. –773 с.
6. Тамм И. Е. Основи теорії електрики. – М.: Наука, 1976. – 616 с.

RESEARCH OF FUNCTIONAL COMMUNICATION BETWEEN PERMITTIVITY OF MATERIAL ENVIRONMENT AND ITS DIELECTRIC PERMEABILITY

P.Y. PRIDUBKOV, Cand. Tech. Sci.

I. V. KHOMENKO, Cand. Tech. Sci.

The stationary electric field of material environment is explored, it is shown, that dielectric permeability of material environment is its specific capacity, functional communication between permittivity of material environment and its dielectric permeability is set.

Поступила в редакцію 02.08 2010 г.