УДК 532.54 + 532.5.013 + 53.088.23 + 53.088.24

В. А. ЕРОШЕНКО, доктор технических наук, e-mail: eroshenko@kpi.ua
Е. И. СУЗДАЛЬСКАЯ, аспирант, e-mail: elizabet.ruchko@gmail.com,
Я. Г. ГРОСУ, аспирант
Национальный Технический Университет Украины «Киевский Политехнический Институт», г. Киев

ТРАНСПОРТНАЯ И МЕТРОЛОГИЧЕСКАЯ ЗАДАЧИ В ДИНАМИКЕ ТЕЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФЛЮИДОВ

Предложена унифицированная форма записи уравнений движения различных флюидов с уточнением природы и величины движущих и тормозящих сил в системе.

Выделены две задачи: транспортная и метрологическая. В транспортной задаче решается проблема минимизации энергозатрат на перекачку флюида за счёт уменьшения диссипативной составляющей в уравнении движения. В метрологической задаче преследуется цель измерения расхода флюида с повышенной точностью за счёт увеличения диссипативной составляющей в уравнении движения. Не исключена необходимость поиска компромисса в процессе решения транспортной и метрологической задач.

Запропонована уніфікована форма запису рівнянь руху різних флюїдів з уточненням природи і величини рушійних і гальмуючих сил в системі.

Виділено дві задачі: транспортна та метрологічна. У транспортній задачі вирішується проблема мінімізації енерговитрат на перекачування флюїду за рахунок зменшення дисипативної складової в рівнянні руху. У метрологічній задачі переслідується мета вимірювання витрати флюїду з підвищеною точністю за рахунок збільшення дисипативної складової в рівнянні руху. Не виключена необхідність пошуку компромісу в процесі вирішення транспортної та метрологічної задач.

Введение и постановка задачи

При решении инженерных задач, связанных с определением расхода флюидов, выбор модели течения зачастую затрудняется разнообразием и обилием как базовых, так и специальных подходов [1–3]. При этом могут преследоваться две различные цели: минимизация энергозатрат на перекачку заданного количества флюидов (будем условно называть транспортной задачей) и выбор модели течения, обеспечивающей максимальную точность измерения расхода конкретного флюида (метрологическая задача). Как будет рассмотрено ниже, достижение наилучших результатов в указанных задачах зачастую сопряжено с выполнением взаимоисключающих условий и требует определённого компромисса при выборе модели течения флюида. Как правило, на практике это означает адаптацию известных формул под конкретные условия течения флюида и преследуемые цели. При этом важным является поиск единого методологического подхода, в рамках которого возможно получение формул, пригодных для эффективного использования на практике.

В работе приводятся рекомендации по универсальному способу получения как большинства известных формул истечения флюидов в различных условиях, так и новых зависимостей, подчёркивающих особенность течения флюидов в нестандартных условиях. Результаты могут быть полезны для исследователей динамики движения жидкостей, приборостроителей, проектировщиков и эксплуатационников систем перекачки и измерения расхода флюида, занимающихся решением транспортной и метрологической задач, в том числе, поиском возможного компромисса между ними (сущность противоречий будет уточнена в разделе *Обсуждение результатов*).

Различные подходы при изучении истечения флюидов и единый метод для их получения

Известные формулы для описания течения флюидов могут содержать различные как побуждающие, так и противодействующие их течению силы. Наличие указанных сил, приложенных к флюиду, можно видеть, записав 2-ой закон Ньютона в таком виде:

$$\dot{w} = \sum a_i \cdot F_{a_i} - \sum b_j \cdot F_{res_j}, \quad (1)$$

џде w – скорость течения флюида, $м/с$;

$\dot{w}$ – его ускорение, $м/с^2$;

F_a – активная сила (побуждающая сила), Н; F_{res} – сила противодействия (диссипативная, тормозящая), Н;

a, b – коэффициенты пропорциональности, $кг^{-1}$;

i, j - число участвующих побуждающих и тормозящих сил соответственно.

Как будет показано ниже, используя равенство (1) и уточняя природу действующих на флюид сил в каждом конкретном случае, можно получить всё многообразие известных выражений для определения скорости течения w (или ускорения $\dot{w}$ в случае нестационарного движения) и тем самым показать методологическое единообразие имеющихся подходов к описанию динамики течения. Для упрощения последующих выкладок характер частных случаев течения флюидов принимается одномерным.

Методическая ценность указанного метода заключается в возможности использования рекомендаций для решения не только инженерных задач, но и для исследования закономерностей движения крови и физиологических растворов в живых организмах [4–8].

После анализа особенностей процесса течения и выявления факторов, определяющих его характер, будут предложены рекомендации по снижению затрат энергии на перекачку флюида и выбору метода точного измерения его расхода в зависимости от природы флюида и условий эксплуатации измерительного тракта. Эти рекомендации могут быть полезны при поиске корректного коммерческого учёта объёмного/массового расхода различных флюидов [9].

Анализ частных случаев истечения различных флюидов

Прежде чем перейти непосредственно к анализу частных случаев течения флюидов, приведем наиболее часто встречающиеся движущие и тормозящие силы. К первым, безусловно, в первую очередь относится градиент давления $d\,P/dx$ вдоль канала течения флюида (оси x): $F_a = -dP/dx$, где F_a – удельная движущая сила, Н/м^3. Указанная величина выступает в качестве движущей силы при рассмотрении течения идеальной/вязкой/аномально-вязкой жидкости [1, 2, 10, 11], течении газа [10–13], а также при фильтрации [14–16]. Движущая сила для случая диффузии принимает несколько измененный вид: $F_a = -dP_{осм}/dx$ [17], где $P_{осм}$ – осмотическое давление. Природа других движущих сил (например, при капиллярной пропитке или при термокапиллярном движении) будет рассмотрена ниже.

К наиболее часто встречающимся на практике тормозящим силам относятся силы вязкого и аномально вязкого трения (см. ниже).

В качестве как тормозящей, так и движущей силы может выступать гравитационная сила $F_{a,res} = \pm\rho \cdot g$ [1, 2, 18, 19], в зависимости от конкретной задачи (где ρ – плотность флюида, g – ускорение свободного падения).

Наглядным примером описанного выше подхода является запись классического уравнения Навье-Стокса (одномерный случай) [1, 2] для реальной жидкости, в котором движущей силой является градиент давления, а тормозящей – удельная объемная сила вязкости, записанная в известном виде [1, 2] $F_{res} = \mu \cdot d^2w/dx^2$, $Н/м^3$ (где μ – коэффициент динамической вязкости, $Па \cdot с = Н \cdot с/м^2$, d^2w/dx^2 – конвенциальная составляющая уравнения, $1/м \cdot с$)

$$\dot{w} = \pm g + \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \mu \cdot \frac{d^2w}{dx^2}, \quad (2)$$

или в случае пренебрежимо малой вязкости ($\mu \to 0$) вид уравнения для идеальной жидкости – уравнение Эйлера [1, 2]:

$$\dot{w} = \pm g + \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right). \qquad (3)$$

Отрицательный знак перед dP/dx означает, что движение флюида направлено всегда в сторону снижения давления. Знак «плюс» перед g означает движение, спутное силам гравитации, а знак «минус» - противоположное. При движении флюида в эквипотенциальном гравитационном поле (g = 0) гравитация не влияет на его движение (параметр g исчезает в уравнении (2), (3)).

Сопоставление равенств (1), (2) и (3) даёт выражения для коэффициента пропорциональности a, b и *удельных* (объёмных) сил F_a и F_{res} (см. таблицу).

Рассмотрим далее ряд задач, в которых описывается стационарное течение флюида, т. е. при $\dot{w} = 0$ [1].

Стационарное течение вязкой жидкости в канале круглого сечения

Цилиндрическая симметрия канала течения позволяет записать движущую силу F_a и силу вязкого трения F_{res} для массы жидкости m, движущейся под действием перепада давлений ΔP в канале длиной l и с переменным радиусом струи r (радиус канала R) [1, 2]:

$$F_a = \Delta P \cdot S_1 = \Delta P \cdot \pi \cdot r^2; \qquad (4)$$

$$F_{res} = -\frac{dw}{dr} \cdot \mu \cdot S_2 = -\frac{dw}{dr} \cdot \mu \cdot 2\pi \cdot r \cdot l, \qquad (5)$$

где dw/dr – градиент скорости по сечению струи; знак «минус» означает снижение скорости w с увеличением радиуса, 1/с;

S_1 – торцевая поверхность струи, $м^2$; S_2 – контактная поверхность выделенной струи, $м^2$.

Условие стационарности течения ($\dot{w}$ = 0) позволяет выразить уравнение (1) для рассматриваемого случая следующим образом:

$$\dot{w} = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot r^2}{m} - \frac{\left(-\frac{dw}{dr} \cdot \mu \cdot 2\pi \cdot r \cdot l\right)}{m} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot l}{m} \cdot \frac{\Delta P}{l} - \frac{\left(-\frac{dw}{dr} \cdot \mu \cdot 2\pi \cdot r \cdot l \cdot r\right)}{\pi \cdot r^3 \cdot l \cdot \rho} = 0. \qquad (6)$$

Простейшие преобразования равенства (6) дают:

$$\frac{dw}{dr} = -\frac{\Delta P \cdot r}{l \cdot 2\mu},$$

$$dw = -\frac{\Delta P \cdot r}{l \cdot 2\mu} \cdot dr. \qquad (7)$$

Интегрирование уравнения (7) зависит от граничных условий прилипания или проскальзывания на границе со стенками канала:

$$w = -\frac{\Delta P \cdot r^2}{4\mu \cdot l} + C.$$

1: *условие прилипания* $w(r = R) = 0$:

$$w = \frac{\Delta P \cdot (R^2 - r^2)}{4\mu \cdot l} = \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot \frac{(R^2 - r^2)}{4\mu}. \qquad (8)$$

Полученное уравнение (8) – известное уравнение Гагена-Пуазейля для течения вязкой жидкости в канале круглого сечения [10, 13].

2: *условие проскальзывания*

$$w(R) = w_s = \lambda \cdot \frac{dw}{dr} = -\lambda \cdot \frac{\Delta P \cdot r}{l \cdot 2\mu}.$$

$$w = \frac{\Delta P \cdot (R^2 - r^2)}{4\mu \cdot l} + w_s = \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot \frac{(R^2 - r^2)}{4\mu} + \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot \frac{\lambda r}{2\mu}, \qquad (9)$$

где λ – длина проскальзывания, м.

Уравнение (9) – уравнение Гагена-Пуазейля для течения вязкой жидкости в канале круглого сечения с учетом явления проскальзывания [10, 21, 22].

Течение газов

При условии, когда диаметра канала d намного превышает длину свободного пробега

---

1) В простейшем случае идеальной жидкости (3) условие $\dot{w} = 0$, дает либо тривиальное решение $w = 0$, либо условие левитации в случае противоположного силам гравитации движения флюида (например, кипение псевдоожиженного слоя [19, 20]).

молекул δ, то есть $d \gg \delta$, в каналах наблюдается гидродинамический режим переноса газа [10, 13]. В этом случае молекулы газа сталкиваются друг с другом значительно чаще, чем с поверхностью канала, что отвечает условию сплошности среды. Таким образом, перемещение газа по каналу можно рассматривать как вязкое течение, подчиняющееся закону Стокса и Гагена-Пуазейля (8).

Если диаметр капилляра значительно меньше длины свободного пробега молекул газа $d \ll \delta$, то процесс переноса газа в капилляре проходит по-другому. Молекулы газа в этом случае реже сталкиваются между собой, чем со стенками капилляра. Законы сплошности среды не соблюдаются [10, 13, 23]. Этот режим истечения в статье не рассматривается.

Течение аномально вязкой жидкости в канале круглого сечения

Для учета аномальной вязкости флюида (характерной, например, для полимеров) в рамках рассматриваемого подхода запишем силу аномально вязкого трения [11]:

$$F_{res} = -\left(\frac{dw}{dr}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \mu_a \cdot S = -\left(\frac{dw}{dr}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \mu_a \cdot 2\pi \cdot r \cdot l,$$

где n - индекс течения, характеристика аномальности вязкости;

μ_a – аномальная вязкость, $\text{Па} \cdot c^{\frac{1}{n}}$.

Далее, повторив алгоритм, проделанный в предыдущем разделе, и используя условие прилипания $w(r = R) = 0$, получаем уравнение течения аномально вязкой жидкости по каналу круглого сечения [11]:

$$w = \frac{R^{n+1} - r^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{(\Delta P)^n}{l^n \cdot 2^n \cdot \mu_a{}^n} = \left(-\frac{dP}{dx}\right)^n \cdot \frac{(R^{n+1} - r^{n+1})}{(n+1) \cdot 2^n \cdot \mu_a{}^n}. \tag{10}$$

Из уравнения (10) следует, что в случае ньютоновской жидкости ($n = 1$) эпюра скоростей имеет форму параболы второй степени, что соответствует пуазейлевскому распределению скорости в канале (см. равенство (8)). По мере увеличения аномалии вязкости форма эпюры скоростей изменяется. В центральной части потока образуется все более широкий участок, в пределах которого скорость изменяется незначительно.

Иначе говоря, с увеличением индекса течения картина течения потока все больше напоминает картину течения *стержневого типа (снарядный режим движения)* [11], при котором центральная часть потока движется как жесткий недеформируемый стержень, окруженный слоем деформирующейся жидкости.

Течение через пористую среду (фильтрация в канале круглого сечения)

Для случая фильтрации будем использовать равенства (4), (5) лишь с тем отличием, что для этой задачи принимают $dw/dr \to w/r$ [14, 16]. Также учтем, что для крупнозернистой среды или больших скоростей фильтрации наблюдается $\dot{w} = const$ [16]. Для равноускоренного движения $l = (\dot{w} \cdot t^2)/2$, и $t = l/w$. Таким образом $\dot{w} = 2w^2/l$. Масса $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi r^2 \cdot l$. После определения величины $\Delta P/l$ из (6) и с учётом вышеприведенного отличия в силе противодействия получаем:

$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{2\mu}{r^2} \cdot w + \frac{2\rho}{l} \cdot w^2 = \alpha \cdot \mu \cdot w + \beta \cdot \rho \cdot w^2. \tag{11}$$

Решив квадратное уравнение (11), получим выражение для скорости:

$$w = \frac{-\alpha \cdot \mu + \sqrt{\alpha^2 \cdot \mu^2 + 4 \cdot \beta \cdot \rho \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right)}}{2 \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right)}. \tag{12}$$

Уравнение (11) – уравнение Дюпюи–Форхгеймера для нелинейного закона фильтрации, где α, β – определяемые экспериментально коэффициенты имеющие, соответственно, размерность м$^{-2}$ и м$^{-1}$ [14 - 16]. Значения этих коэффициентов в общем виде определяются структурой пористого материала и геометрией канала. В области малых скоростей фильтрации, когда силы инерции пренебрежимо малы, вторым слагаемым уравнения (11) можно пренебречь и получить выражение для скорости w - известное уравнение фильтрации Дарси [15]:

$$\frac{\Delta P}{l} = \alpha \cdot \mu w = \frac{1}{k} \cdot \mu \cdot w \to w = \left(-\frac{dP}{dx}\right) \cdot \frac{k}{\mu},$$

где k – проницаемость пористого материала, м^2.

Диффузионное перемещение вещества

При стационарном процессе диффузии, вызванном наличием градиента концентрации, движущей силой является градиент осмотического давления $dP_{осм}/dx$. Эта движущая сила записывается в виде [17]:

$$F_a = -\frac{M}{C \cdot N_A} \cdot \frac{dP_{осм}}{dx} = -\frac{M}{C \cdot N_A} \cdot \frac{dP_{осм}}{dC} \cdot \frac{dC}{dx},$$

где M – молярная масса, кг/моль; C – концентрация, кг/м^3; N_A – число Авогадро, $1/\text{моль}$; $P_{осм}$ – осмотическое давление, Па.

Сила сопротивления записывается аналогично рассмотренному ранее случаю фильтрации.

В таком случае уравнение (1) принимает вид:

$$\dot{w} = \frac{-\frac{M}{C \cdot N_A} \cdot \frac{dP_{осм}}{dx}}{m} - \frac{\mu \cdot \frac{w}{r} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l}{m} = \frac{1}{\rho}\left(-\frac{dP_{осм}}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{w}{r} \cdot \frac{2\mu}{r}. \quad (13)$$

Напомним, что коэффициенты уравнения (1) $a = b = 1/\rho$.

Под действием результирующей силы частицы движутся со скоростью w и создают диффузионный поток вещества L, $\text{кг/м}^2 \cdot \text{с}$:

$$L = C \cdot w.$$

Далее, используя известный закон Фика [17]:

$$L = -D \cdot \frac{dC}{dx},$$

получаем выражение для диффузионного течения [17]:

$$w = -\frac{D}{C} \cdot \frac{dC}{dx}.$$

Используя условие стационарности $\dot{w} = 0$ и равенство (13), введем величину коэффициента диффузии D, $\text{м}^2/\text{с}$ [17]:

$$D = \frac{1}{f} \cdot \frac{M}{N_A} \cdot \frac{dP_{осм}}{dC},$$

где $f = \mu \cdot 2 \cdot \pi \cdot l$– коэффициент трения, $\text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}$.

Капиллярная пропитка в канале круглого сечения

В задаче капиллярной пропитки уравнение (1) включает в себя три силы:

1) движущую силу

$$F_a = P_\sigma \cdot S_1 = P_\sigma \cdot \pi \cdot r^2 = -\frac{2\sigma}{r} \cdot \pi \cdot r^2,$$

где $P_\sigma = -2\sigma/r$ – капиллярное давление Лапласа (полное смачивание лиофильной системы), Па; σ – поверхностное натяжение Н/м;

2) гидростатическую силу

$$F_{гидр} = P_{ст} \cdot S_1 = \rho \cdot g \cdot l \cdot \pi \cdot r^2,$$

где $P_{ст}$ – гидростатическое давление, Па;

3) силу противодействия, выраженную равенством (5).

С учётом трёх указанных сил и по аналогии с предыдущими выводами запишем равенство (1) в виде

$$\dot{w} = \frac{P_\sigma \cdot \pi \cdot r^2}{m} \pm \frac{P_{ст} \cdot \pi \cdot r^2}{m} - \frac{\left(-\frac{dw}{dr} \cdot \mu \cdot 2\pi \cdot r \cdot l\right)}{m} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{P_\sigma}{l} \pm g - \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr} \cdot \frac{2\mu}{r}\right). \quad (14)$$

Знак ± в равенстве (14) зависит от направления течения по отношению к действию гравитационной силы. Интегрируя решение уравнения (14) с учетом $\dot{w} = 0$ и граничного условия прилипания: $w(r = R) = 0$, получим известное выражение для скорости течения флюида [18]:

$$w = \frac{\Delta P \cdot (R^2 - r^2)}{4\mu \cdot l} = \left(\frac{2\sigma}{r} \pm \rho g l\right) \cdot \frac{(R^2 - r^2)}{4\mu \cdot l}.$$

Термокапиллярное движение в канале круглого сечения

Термокапиллярное движение – движение жидкости под действием переменного поверхностного натяжения $d\sigma/dx$ в условиях существующего градиента температуры dT/dx [18]:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{d\sigma}{dT} \cdot \frac{dT}{dx},$$

где $d\sigma/dT$ – температурный коэффициент поверхностного натяжения жидкости, $\text{Н/м} \cdot \text{К}$. Для большинства простых жидкостей температурный коэффициент поверхностного натяжения $d\sigma/dT < 0$, то есть σ уменьшается с ростом температуры.

С учетом специфики рассматриваемого случая, движущая сила будет иметь вид:

$$F_{\text{a}} = \frac{d\sigma}{dx} \cdot S_1 = \frac{d\sigma}{dT} \cdot \frac{dT}{dx} \cdot 2\pi \cdot r \cdot l.$$

В этом случае равенство (1) принимает вид:

$$\dot{w} = \frac{\frac{d\sigma}{dT}\frac{dT}{dx} \cdot 2\pi \cdot r \cdot l}{m} - \frac{-\frac{dw}{dr} \cdot \mu \cdot 2\pi \cdot r \cdot l}{m} = \frac{1}{\rho} \cdot \left(2 \cdot \frac{\frac{d\sigma}{dT}}{r} \cdot \frac{dT}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr} \cdot \frac{2\mu}{r}\right). \qquad (15)$$

Интегрируя решение уравнения (15) при условии: $\dot{w} = 0$ и граничного условия прилипания: $w(r = R) = 0$, получим известное выражение для скорости течения флюида [18]:

$$w = \frac{d\sigma}{dT} \cdot \frac{dT}{dx} \cdot \frac{(R - r)}{\mu}.$$

Результаты выше рассмотренных режимов истечения с целью их сопоставления сведены в таблицу.

Обсуждение результатов

Из выполненного выше обобщения существующих уравнений истечения флюидов видно, что большинство выражений для расчёта ускорения $\dot{w}$ и скорости w можно получить из единого канонического вида равенства (1), зная природу движущих и тормозящих сил в системе. Такой метод достаточно удобен на практике.

Всё многообразие рассмотренных режимов истечения флюидов удалось представить в таблице, позволяющей исследователям и инженерам сориентироваться в выборе модели течения, адекватно отражающей условия эксплуатации транспортно-измерительного канала и, следовательно, оценить роль движущих и противодействующих сил в системе.

Выражения для скорости истечения совершенно разных флюидов получены аналитически из единого условия стационарности: $\dot{w} = 0$ и соответствующих граничных условий. Эвристическая ценность такого подхода для определения параметров истечения флюида заключается в возможности аналитического получения формулы, пригодной для надёжного расчёта скорости установившегося движения в каждом конкретном случае, что выгодно отличает его от феноменологического подхода, требующего введения эмпирических коэффициентов. Для использованного нами приёма достаточно определить природу побуждающих и противодействующих сил, использовать выражение для ускорения $\dot{w}$ (1) и решить его для условия $\dot{w} = 0$.

Знание выражения для $\dot{w}$ облегчает предварительный поиск методов перекачки и измерения расхода различных флюидов в конкретных условиях эксплуатации, начиная с оценки физической природы и величины движущих и тормозящих сил в канале истечения, и заканчивая предварительной оценкой возможных источников ошибки при определении скорости (расхода) в реальных условиях. Сопоставление указанных объёмных сил и их влияния на величину $\dot{w}$ в переходных (неустойчивых) режимах истечения флюида, когда $\dot{w} \neq 0$, важно с точки зрения изначального определения *приоритетной цели*: нужно ли обеспечить минимизацию энергозатрат на перекачку флюида (*транспортная* задача) или получить максимальную точность измерения текущего расхода и суммарного количества (объём/масса) за определённый промежуток времени – *метрологическая* задача. Эта проблема, по-нашему мнению, уже затрагивалась в научно-технической литературе [9, 24, 25], но её обсуждение не завершилось практическими рекомендациями, поэтому остановимся на ней несколько подробнее.

Таблица

Сопоставление движущих и противодействующих сил, определяющих специфику движения различных флюидов, с помощью предложенного обобщенного подхода $w = a_1 \cdot F_{a1} + F_{a2} - b_1 \cdot F_{res1} - F_{res2}$

Течение флюида	Уравнение	Движущие силы и коэффициенты пропорциональности		Силы сопротивления и коэффициенты пропорциональности	
		$a_1 \cdot F_{a1}$	F_{a2}	$b_1 \cdot F_{res1}$	F_{res2}
Одномерное течение идеальной жидкости	$w = \pm g + \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right)$	$\frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right)$	g	-	g
Одномерное течение вязкой жидкости	$w = \pm g + \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \mu \cdot \frac{d^2 w}{dx^2}$			$\frac{1}{\rho} \cdot \mu \cdot \frac{d^2 w}{dx^2}$	
Вязкая жидкость в круглом канале	$w = \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr} \cdot \frac{2\mu}{r}\right)$		-	$\frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr}\right) \cdot \frac{2\mu}{r}$	-
Газ в круглом канале					
Аномально-вязкая жидкость в круглом канале	$w = \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\left(-\frac{dw}{dr}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{2\mu_a}{r}\right)$			$\frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{2\mu_a}{r}$	
Фильтрация через круглый канал	$w = \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{w}{r} \cdot \frac{2\mu}{r}$			$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{w}{r} \cdot \frac{2\mu}{r}$	
Диффузия	$w = \frac{1}{\rho}\left(-\frac{dP_{осм}}{dx}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{w}{r} \cdot \frac{2\mu}{r}$	$\frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dP_{осм}}{dx}\right)$			
Капиллярная пропитка	$w = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{P_\sigma}{l} \pm g - \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr} \cdot \frac{2\mu}{r}\right)$	$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{P_\sigma}{l}$	g	$\frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr}\right) \cdot \frac{2\mu}{r}$	g
Термокапиллярное движение	$w = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{dT}{dx} \cdot \frac{2 \cdot \frac{d\sigma}{dT}}{r}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \left(-\frac{dw}{dr} \cdot \frac{2\mu}{r}\right)$	$\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{dT}{dx} \cdot \frac{2 \cdot \frac{d\sigma}{dT}}{r}\right)$	-		-

Точность измерения интегрального количества (массы, объема) флюидов с помощью расходомеров базируется на представлениях об *устойчивом режиме* истечения флюидов ($\dot{w} = 0$): по измеренной скорости w и известному сечению канала судят о величине расхода. Метрологические характеристики расходомеров отражают именно *устойчивый* режим истечения [26, 27]. При неустойчивом режиме истечения ($\dot{w} \neq 0$) измерительный комплекс не гарантирует измерение расхода с точностью, указанной в техническом паспорте. При этом неопределёнными оказываются не только абсолютная величина, но даже знак ошибки измерения скорости флюида (его расхода).

В реальных промышленных условиях при частых переходах от одной величины расхода к другой всегда наблюдается *переходной процесс* длительностью $t_{п.п}$ (неустойчивый режим истечения, когда $\dot{w} \neq 0$). В указанный промежуток времени $t_{п.п}$ изменение скорости w, а, следовательно, и изменение расхода не может быть измерено с достаточной точностью [28, 29]. Время переходного процесса в канале истечения и, в целом, в измерительной системе при прочих равных условиях увеличивается с ростом величины отклонения системы от положения равновесия [27, 29]. Мерой указанного отклонения в рассматриваемых нами случаях является величина ускорения ($\pm\dot{w}$) относительно устойчивого режима истечения флюида ($\dot{w} = 0$).

Таким образом, во время переходного процесса расход флюида измеряется с тем большей погрешностью, чем больше величина ускорения $\dot{w}$ и, следовательно, чем дольше будет длиться переходной процесс не только собственно в объекте измерения (канале, трубопроводе), но и во всей измерительной системе: чувствительный элемент, измеряющий скорость – преобразователь – регистрирующий прибор [28]. Естественно, что суммарная ошибка в определении прошедшего через канал количества флюида (расход $*$ время) тем больше, чем продолжительнее переходной процесс [4, 25]. При этом ошибка может быть разного знака. Гипотеза о *равенстве* вероятности ошибок *разного знака*, т.е. симметричность кривой распределения ошибок (например, кривая Гаусса), используемая в математической статистике при обработке большого числа наблюдений [30], здесь не применима. При любом виде переходного процесса в измерительном канале [29] - то ли апериодический I-го или II-го порядка, то ли устойчивый колебательный - знак и величина ошибки определения скорости (расхода) остаются непредсказуемыми. В силу непредсказуемости ошибки измерения расхода (скорости), вызванной указанными многократными переходными процессами в реальных промышленных системах (возникновение флуктуаций режимных параметров объекта и намеренное изменения их значений, в том числе действия оператора, управляющего величиной расхода), её в настоящее время невозможно прогнозировать (рассчитать). В этих условиях повышение точности измерения расходов (или снижение риска ошибок) можно связывать лишь с минимизацией $\dot{w}$ и, следовательно, с желательным сокращением времени переходных процессов. Выражения для расчёта $\dot{w}$ позволяют в каждом конкретном случае свести к минимуму риск ошибок, *увеличивая диссипативную силу*[2] (полагая, что величина *побуждающей* силы остаётся при этом неизменной и, как правило, задаваемой технологическими условиями эксплуатации, т.е. действиями оператора, управляющего величиной расхода). Например, увеличение вязкости флюида в уравнениях (6), (13), (14) или (15) приводит к уменьшению $\dot{w}$ и, следовательно, к одновременному уменьшению амплитуды колебаний скорости и времени переходного процесса, что снижает риск больших ошибок определения текущего расхода (скорости истечения).

Например, анализ динамики измерителя скорости (расхода) разных флюидов (нефть и природный газ) на базе маятника с вращающейся сферой - использование эффекта Магнуса [31] - показал, что в трубопроводе одного и того же диаметра колебательный переходной процесс (реакция на единичное ступенчатое возмущение) в трубопроводе с нефтью длится 0,018 с, а с природным газом – 0,12 с. Логично, что степень затухания колебательного

[2] Реальные флюиды обладают конечным значением вязкости, поэтому все переходные процессы, включая колебательные, являются затухающими.

переходного процесса (показатель степени экспоненциальной функции – декремент затухания) на 3 порядка выше для нефти по сравнению с декрементом для менее вязкого природного газа.

Снижение времени релаксации также достигается применением трубопроводов меньшего радиуса/диаметра (см. диссипативную составляющую в равенствах (6), (13), (14) или (15)). Использование направляющих аппаратов, изменяющих конфигурацию струй в сечении трубопроводов [32, 33], позволяет сократить время переходных процессов и повысить точность измерения расхода (например, путём увеличения соотношения w/r в уравнениях (6), (13), (14) или (15)). При осуществлении указанных рекомендаций ошибка измерения – разность между реальным расходом в данный момент времени t и зафиксированным с помощью измерительной аппаратуры, дающей достоверный результат лишь при наличии устойчивого режима истечения, уменьшается.

При решении *транспортной* задачи приоритетным становится снижение затрат энергии на перекачку флюида. Для этого необходимо, наоборот, снижать величину диссипативной составляющей в выражениях для $\dot{w}$. В качестве варианта такого снижения можно применять лиофобизацию каналов (придание внутренней поверхности канала свойств несмачиваемости), что приводит к эффекту скольжения жидкости и, как результат, к увеличению средней скорости струи при прочих равных условиях по сравнению с классическим случаем прилипания жидкости к стенкам канала [21, 34]. Тогда профиль скорости w станет напоминать течение *стержневого типа (снарядный режим движения)* [11]. Однако необходимо учитывать, что чрезмерное уменьшение тормозящей силы (при неизменной движущей силе) приводит к росту величины $\dot{w}$ (равенства (6), (13), (14), (15)), поэтому переходной процесс может стать более затяжным, что, как было показано выше, увеличит риск неточного измерения скорости (расхода) в этот период.

Таким образом, для каждого конкретного случая истечения флюида следует находить *оптимальное решение* (некий компромисс между транспортной и метрологической задачами), так как с одной стороны, наличие сил трения приводит к необходимости подвода дополнительной энергии для перекачки флюидов (*транспортная* задача), а с другой стороны, наличие сил трения увеличивает точность измерения расходов, стабилизируя течение ($w = const$) путём уменьшения величины $\dot{w}$ (задача точного *измерения*).

Отметим, что при изучении закономерностей течения, например, крови или физиологических растворов в капиллярах живых организмов превалирующей становится *транспортная* задача (обеспечение требуемой скорости движения при минимальных энергозатратах) [4 – 8, 34]. Например, при таких заболеваниях как полицитемия и гиперглобулинемия вязкость крови увеличивается. Это приводит к увеличению энергозатрат на перекачку крови и, следовательно, увеличивает нагрузку на сердце. Сгущение крови приводит к нарушению окислительно-восстановительных процессов во всех органах и тканях, в том числе головном мозге, печени, почках и т.д. Признаками сгущения крови являются утомляемость, сонливость, ухудшение памяти. Самым простым способом разжижения крови с целью облегчения нагрузки на сердце (уменьшение энергозатрат путём уменьшения сил диссипации – *транспортная задача*) является прием аспирина [35, 36].

Метрологическая задача является превалирующей в вопросах фармакокинетики и анестезии (для правильной дозировки и знания точной скорости усваивания препаратов необходимо знать точный расход крови) [37]. В данном случае ожижение крови может привести к риску появления затяжных во времени переходных процессов и, следовательно, снизить точность измерения расхода (скорости) крови.

Из таблицы видно, что среди *побуждающих* сил наиболее часто фигурируют градиенты давления вдоль оси струи x: dP/dx и $dP_{осм}/dx$.
Исключением является термокапиллярное движение, где в роли побуждающей силы выступает градиент температуры dT/dx, заставляющий жидкость двигаться в сторону снижения её поверхностного натяжения (в сторону более высокой температуры): самопроизвольное движение системы в соответствии с принципом Гиббса направлено всегда

в сторону снижения её свободной энергии (в рассматриваемом случае, в сторону снижения поверхностной энергии). Если к затратной отнести тепловую энергию, то для увеличения скорости движения при располагаемом градиенте температур dT/dx (тепловом потоке) следует применять жидкости с максимальным температурным коэффициентом поверхностного натяжения $d\sigma/dT$ и минимальной динамической вязкостью (см. выражение (14)).

В случае капиллярной пропитки пористой структуры смачивающей жидкостью величина $d\sigma/dT$ не влияет на ускорение и скорость движения флюида. Решающее значение имеет абсолютная величина поверхностного натяжения (её увеличение интенсифицирует пропитку), увеличение длины канала l уменьшает $\dot{w}$, уменьшение радиуса канала r приводит к увеличению ускорения $\dot{w}$ (см. выражение (15)).

Заключение

Предложена унифицированная форма записи уравнений движения различных флюидов с уточнением природы и величины движущих и тормозящих сил в системе.

Использованный подход может оказаться особенно полезным для идентификации и исследования движения флюидов в особых (нестандартных) условиях, нерассмотренных ранее в научно-технической литературе.

В динамике течения флюидов выделено две задачи: транспортная и метрологическая. В транспортной задаче решается проблема минимизации энергозатрат на перекачку флюида за счёт уменьшения диссипативной составляющей уравнения движения. В метрологической задаче преследуется цель измерения расхода флюида с повышенной точностью за счёт минимизации величины ускорения путём уменьшения времени в переходных режимах течения в измерительной системе благодаря увеличению диссипативной составляющей в уравнении движения. Отмечено, что в ряде случаев основной заботой разработчиков может быть поиск компромисса между транспортной и метрологической задачами.

Результаты выполненных исследований представляют интерес для исследователей механики движения жидкостей и газов, приборостроителей, проектировщиков и эксплуатационников измерительной аппаратуры и систем, являясь своего рода методическим пособием для исследователей и инженеров, облегчающим выбор той или иной модели движения флюида.

Список литературы

1 Ламб Г. Гидродинамика. М.: ОГИЗ, 1947. 929с.

2 Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 842 с.

3 Бёрд Г. Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 318 с.

4 Jayalalitha G., Shanthoshini Deviha V., Uthayakumar R. Fractal model for blood flow in cardiovascular system // Computers in Biology and Medicine. 2008. № 38. – P. 684–693.

5 Gabrys E., Rybaczuk M., Kedzia A. Blood flow simulation through fractal models of circulatory system // Chaos, Solitons and Fractals. 2006. № 27. – P. 1–7.

6 Чекман І.С. Нанофармакологія. Київ.: Задруга, 2011. 424 с.

7 Prosenjit Bagchi Mesoscale Simulation of Blood Flow in Small Vessels // Biophysical Journal. 2007. V. 92. P. 1858–1877.

8 Prothero J.W., Burton A.C. The Physics of Blood Flow in Capillaries: III. The Pressure Required ro Deform Erythrocytes in Acid-Citrate-Dextrose // Biophysical Journal. 1962. V. 2. P. 213–222.

9 Гришанова И.А. Накладные и врезные расходомеры в коммерческом учете: желаемое или действительное // Коммерческий учет энергоносителей. СПб., 2006.

10 Фролов Ю.Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. М.: Химия, 1989. 464 с.

11 Торнер Р.В. Переработка полимеров. М.: Химия, 1977. 463 с.

12 Гусев В.П. Основы гидравлики. Томск: Издательство ТПУ, 2009. 172 с.

13 Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А Прикладная динамика разреженного газа. М.: Машиностроение, 1977. 184 с.

14 Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.

15 Шейдеггер А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М.: Гостоптехиздат, 1960. 255 с.

16 Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1975. 288 с.

17 Цветков В.Н., Эскин В.Е., Френкель С.Я. Структура макромолекул в растворах. М.: Наука, 1964. 720 с.

18 Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 700 с.

19 Протодьяконов И.О., Чесноков Ю.Г. Гидромеханика псевдоожиженного слоя. Санкт-Петербург: Химия, 1982. 264 с.

20 Муштаев В. И.,Ульянов В. М. Сушка дисперсных материалов. М.:Химия, 1988.352 с.

21 Эйжкел Я. Проскальзывание жидкости в микро- и нанофлюидике: недавние исследования и их возможные применения//Royal Society of Chemistry. 2007. №7.– 299–301 с.

22 Suciu C. V., Iwatsuboa T., Yaguchi K., Ikenaga M. Novel and global approach of the complex and interconnected phenomena related to the contact line movement past a solid surface from hydrophobized silica gel // Journal of Colloid and Interface Science. 2005. № 283. P. 196 – 214.

23. Коган М. Н. Динамика разреженного газа (кинетическая теория). М.: Наука, 1967. 440 с.

24. Бикинеев И. В., Каргапольцев В.П., Кукаркин Ю.В., Буланов С.Л. Метрологическое обеспечение расходомеров-счетчиков воды и технологических жидкостей // Промышленная энергетика, 2003, № 8.

25. Лачков В. И., Чугунов О. Б. К вопросу о методах поверки расходомеров – Совершенствование измерений расхода, регулирование и коммерческий учет энергоносителей: Труды 3-го Международного научно-практического форума // СПб.: Борей-Арт, 2003.

26. Горошко Д.Л. Метрология, стандартизация, сертификация: учебное пособие. Владивосток: ВГУЭС, 2003. 148 с.

27. Никитин В. А. Методы и средства измерений, испытаний и контроля: учебное пособие. Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. 462 с.

28. Преображенский В. П. Теплотехнические измерения и приборы: Учебник для вузов по специальности «Автоматизация теплоэнергетических процессов». М.: Энергия, 1978. 704 с.

29. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. Санкт-Петербург: Профессия, 2003. 751 с.

30. Кибзун А. И., Горяинова Е. Р., Наумов А. В., Сиротин А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. М.: Физматлит, 2002. 224 с.

31. Ерошенко В. А., Мазепа И. Г. Динамика взаимодействия потока с вращающимся шаром с учетом эффекта Магнуса // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 1988. Т.31. № 1. 46–50 с.

32. Староверов В. В., Староверова Л. В. Высокоэффективные газодинамические каналы с низким уровнем шума // Современные наукоёмкие технологии. 2010. № 5. 57 – 61 с.

33. Стас С., Семинская Н., Колесников Д. Гидродинамический начальный участок в струях высокого и низкого давления // Международная научная конференция «УНИТЕХ

10», Габрово. 19–20 ноября 2010.
34. Yves Nubar Blood Flow Slip, Slip and Viscometry/Biophysical Journal. 1971.Vol.11. P. 252–264.
35. Камкин А. Г., Каменский А. А. Фундаментальная и клиническая физиология. М.: Academia, 2004. 1072 с.
36. Смирнов В. М. Физиология человека. М.: Медицина, 2002. 608 с.
37. Лебединский К.М. Анестезия и системная гемодинамика. Санкт-Петербург: Человек, 2000. 199 с.

TRANSPORT AND METROLOGICAL PROBLEMS IN DYNAMICS OF FLOW OF DIFFERENT FLUIDS

V. A. EROSHENKO, I. I. SUZDALSKA, Y. G. GROSU

The paper offers a new form of equations of motion of different fluids with a more precise definition of the nature and magnitude of driving and retarding forces in the system.

It emphasizes two tasks: a transport and a metrological ones. The transport task deals with the problem of minimizing energy consumption for pumping of the fluid by reducing the dissipative component in the equation of motion. The metrological task deals with the measurement of the fluid-flow rate with high accuracy by increasing the dissipative component in the equation of motion. It is quite possible that the solution of the transport and metrological problems requires search for compromise.

1 Lamb G. Gydrodynamicsa [Gidrodinamik]. M.: OGIZ [Moscow: Publishing house “OGIZ”]. 1947. 929 p.
2 Loytsyanskiy L.G. Fluid and gas mechanics [Mekhanika zhidkosti i gaza]. M.: Drofa [Moscow: Publishing house “Drofa”]. 2003. 842 p.
3 Berd G. Molecular gas Dynamics [Molekulyarnaya gazovaya dinamika]. M.: Mir [Moscow: Publishing house “World”]. 1981. 318 s.
4 Jayalalitha G., Shanthoshini Deviha V., Uthayakumar R. Fractal model for blood flow in cardiovascular system // Computers in Biology and Medicine. 2008. № 38. – P. 684 – 693.
5 Gabrys E., Rybaczuk M., Kedzia A. Blood flow simulation through fractal models of circulatory system // Chaos, Solitons and Fractals. 2006. № 27. – P. 1 – 7.
6 Chekman I.S. Nanofarmakologiya [Nanopharmacology]. Kiïv.: Zadruga [Kiev: Publishing house “Zadruga”]. 2011. 424 p.
7 Prosenjit Bagchi Mesoscale Simulation of Blood Flow in Small Vessels // Biophysical Journal. 2007. Vol. 92. P. 1858–1877.
8 Prothero J.W., Burton A.C. The Physics of Blood Flow in Capillaries: III. The Pressure Required ro Deform Erythrocytes in Acid-Citrate-Dextrose // Biophysical Journal. 1962. Vol. 2. P. 213-222.
9 Grishanova I.A. Consignment and mortise lock flowmeters in the commercial account: desired or actual]. Kommercheskiy uchet energonositeley [Nakladnye i vreznye raskhodomery v kommercheskomuchete: zhelaemoe ili deystvitelnoe]. SPb. [Commercial account energy carriers. St. Petersburg]. 2006.
10 Frolov Yu. G. Surface phenomena and disperse systems [Kurs kolloidnoy khimii. Poverkhnostnye yavleniya i dispersnye sistemy]. M.: Khimiya [Moscow: Publishing house “Chemistry”], 1989. 464 p.
11 Torner R. V. Polymer processing [Pererabotka polimerov]. M.: Khimiya [Moscow: Publishing house “Chemistry”]. 1977. 463 p.
12 Gusev V. P. Basics of hydraulics [Osnovy gidravliki. Tomsk: Izdatelstvo TPU]. Tomsk: Publishing house “TPU”. 2009. 172 p.
13 Koshmarov Yu. A, Ryzhov Yu. A Applied rarefied gas dynamics [Prikladnaya din-

amika razrezhennogo gaza]. Moscow: Publishing house “Mechanical engineering”, 1977. 184 p.

14 Polubarinova-Kochina P. Ya. The theory of groundwater flow [Teoriya dvizheniya gruntovykh vod . M.: Nauka]. Moscow: Publishing house “Science”. 1977. 664 p.

15 Sheydegger A. E. Physics of fluid flow through porous media [Fizika techeniya zhidkostey cherez poristye sredy. M.: Gostoptekhizdat] Moscow: Publishing house “Gostoptekhizdat”, 1960. 255 p.

16 Barenblatt G. I., Yentov V. M., Ryzhik V. M. The theory of of unsteady filtration of liquid and gas [Teoriya nestatsionarnoy filtratsii zhidkosti i gaza . M.: Nedra]. Moscow: Publishing house “Bowels of the earth”]. 1975. 288 p.

17 Tsvetkov V. N., Eskin V. Ye., Frenkel S. Ya. The structure of macromolecules in solutions [Struktura makromolekul v rastvorakh. M.: Nauka]. Moscow: Publishing house “Science”. 1964. 720 p.

18 Levich V. G. Physico-chemical hydrodynamics [Fiziko-khimicheskaya gidrodinamika. M.: Gosudarstvennoe izdatelstvo fiziko-matematicheskoy literatury]. Moscow: State Publishing House of Physical and Mathematical Literature. 1959. 700 p.

19 Protodyakonov I. O., Chesnokov Yu. G. Gydrodynamics of fluidized layer [Gidromekhanika psevdoozhizhennogo sloya. Sankt-Peterburg: Khimiya]. St. Petersburg: Publishing house “Chemistry”. 1982. 264 p.

20 Mushtaev V. I., Ulyanov V. M. Drying of dispersed materials [Sushka dispersnykh materialov]. M.: Khimiya]. Moscow: Publishing house “Chemistry”, 1988. 352 p.

21 Eijkel J. Liquid slip in micro- and nanofluidics: recent research and its possible implications. // Royal Society of Chemistry. 2007. № 7. – P. 299–301.

22 Suciu C. V., Iwatsuboa T., Yaguchi K., Ikenaga M. Novel and global approach of the complex and interconnected phenomena related to the contact line movement past a solid surface from hydrophobized silica gel // Journal of Colloid and Interface Science. 2005. № 283. p. 196 – 214.

23 Kogan M. N. Rarefied gas dynamics (kinetic theory) [Dinamika razrezhennogo gaza (kineticheskaya teoriya). M.: Nauka]. Moscow: Publishing house “Science”, 1967. 440 p.

24 Bikineev I. V., Kargapoltsev V. P., Kukarkin Yu.V., Bulanov S. L. Metrological support of flow-meters of water and technological liquids [Metrologicheskoe obespechenie raskhodomerov-schetchikov vody i tekhnologicheskikh zhidkostey] // Promyshlennaya energetika [Industrial Energetics], 2003, № 8.

25 Lachkov V. I. , Chugunov O.B. The question about the methods of calibration of flow meters - Improvement of flow measurement, regulation and commercial account of energy carriers: Proceedings of the 3rd International scientific and practical forum [K voprosu o metodakh poverki raskhodomerov - Sovershenstvovanie izmereniy raskhoda, regulirovanie i kommercheskiy uchet energonositeley: Trudy 3-go Mezhdunarodnogo nauchno-prakticheskogo foruma]// SPb.: Borey-Art [St. Petersburg.: Publishing house “Borey-Art”]. 2003.

26 Goroshko D.L. Metrology, standardization, certification: a training manual. [Metrologiya, standartizatsiya, sertifikatsiya: uchebnoe posobie]. Vladivostok: Publishing house “VGUES”]. 2003. 148 p.

27 Nikitin V. A. Methods and tools for measuring, testing and control: the manual [Metody i sredstva izmereniy, ispytaniy i kontrolya: uchebnoe posobie]. Orenburg: GOU OGU [Orenburg: Publishing house GOU OGU]. 2004. 462 p.

28 Preobrazhenskiy V .P. Thermal engineering measurements and instrumentation: Textbook for high schools in the specialty "Automation of heat and power processes" [Teplotekhnicheskie izmereniya i pribory: Uchebnik dlya vuzov po spetsialnosti «Avtomatizatsiya teploenergeticheskikh protsessov». M.: Energiya]. Moscow: Publisging house “Energy”. 1978. 704 p.

29 Besekerskiy V. A., Popov Ye. P. The theory of automatic control systems [Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya. Sankt-Peterburg: Professiya]. St. Petersburg: Publish-

ing house "Profession", 2003. 751 p.

30 Kibzun A. I., Goryainova Ye. R., Naumov A. V., Sirotin A. N. Probability theory and mathematical statistics. Basic course with examples and problems [Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika. Bazovyy kurs s primerami i zadachami. M.: Fizmatlit]. Moscow: Publishing house "Fizmatlit", 2002. 224 p.

31 Eroshenko V. A., Mazepa I. G. The dynamics of the interaction of the flow with a rotating ball with the Magnus effect [Dinamika vzaimodeystviya potoka s vrashchayushchimsya sharom s uchetom effekta Magnusa // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie]. News of Higher education institutions. Instrumentation. 1988. Vol. 31. № 1. 46 – 50 p.

32 Staroverov V. V., Staroverova L. V. High-efficiency gas-dynamic channels with low noise level [Vysokoeffektivnye gazodinamicheskie kanaly s nizkim urovnem shuma // Sovremennye naukoemkie tekhnologii]. Modern high technologies. 2010. № 5. P. 57– 61.

33 Stas S., Seminskaya N., Kolesnikov D. Hydrodynamic initial part in the high and low pressure jets [Gidrodinamicheskiy nachalnyy uchastok v struyakh vysokogo i nizkogo davleniya // Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya «UNITYeKh 10»]. International Scientific Conference "UNITYeKh 10". Gabrovo. 19 – 20 nov. 2010.

34 Yves Nubar Blood Flow Slip, Slip and Viscometry/Biophysical Journal. 1971. Vol.11.p.252-264

35 Kamkin A.G., Kamensky A. A. Fundamentalnaya i klinicheskaya fiziologiya. M.: Academia, 2004. 1072 p.

36 Smirnov V. M. Fiziologiya cheloveka. M.: Meditsina, 2002. 608 p.

37 Lebedinsky K. M. Anesteziya i sistemnaya gemodinamika. Sankt-Peterburg: Chelovek, 2000. 199 p.

Поступила в редакцию 12.01 2014 г.