

Осичев Олександр Васильович, канд. техн. наук, доц., професор; Тел. (+38)0668414055; E-mail: Oleksandr.Osychev@khp.edu.ua

Ткаченко Андрій Олександрович, канд. техн. наук; Тел. (+38)0663271455; E-mail: Andrii.Tkachenko@khp.edu.ua

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Курличова, 2, Харків, Україна, 61002

ЗАСТОСУВАННЯ ПАКЕТУ MAPLE ДЛЯ АНАЛІТИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ПРИ РОЗРАХУНКУ І ПОБУДУВІ ГРАФІКІВ СТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ І ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

***Анотація.** Розроблено програму у пакеті символічних перетворень Maple. Вона забезпечує автоматизоване отримання формул і побудову графіків основних характеристик асинхронного двигуна у зручній формі для інженера-електромеханіка та студента: $M(s)$, $\omega(M)$, $\omega(I)$, $I(s)$; $\cos\varphi=f(s)$ та $\varphi(s)$ для струмів статора, ротора, ланцюга намагнічення; к.к.д. машини $\eta(s)$ та ряд інших характеристик. В основу розрахунку покладено схему заміщення асинхронного двигуна у різних її варіантах: з одним контуром в роторі, з двома і більше контурами в роторі, з урахуванням скін-ефекту в стрижнях ротора і без нього. Користувач може наростити схему заміщення до необхідної конфігурації. Алгоритм подальших перетворень заснований на аналітичному отриманні амплітудно-частотних та фазо-частотних характеристик у вузлах схем заміщення з подальшим розрахунком за потужностями та ковзанням. Виведення графіків забезпечується користувачем після завдання чисельних значень та розрахунку за отриманими аналітичними залежностями, без чисельних похибок та помилок. Стаття містить скріншоти важливих частин програм, ілюструє повний комплект графіків, одержуваних за один прогін виконання програми.*

***Ключові слова:** асинхронний двигун, еквівалентна схема заміщення, скін-ефект, ротор з двома клітками, пакет Maple, аналітичні перетворення, криві характеристик.*

Osychev Alexander, Ph. D (Tech.), Docent, Professor; Tel. (+38)066-841-40-55; E-mail: Oleksandr.Osychev@khp.edu.ua

Tkachenko Andrii, Ph. D. (Tech.); Tel. (+38)066-327-14-55; E-mail: Andrii.Tkachenko@khp.edu.ua

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», st. Kurlychova, 2, Kharkiv, Ukraine, 61002

APPLICATION OF THE MAPLE PACKAGE FOR ANALYTICAL TRANSFORMATIONS FOR CALCULATION AND PLOTTING OF STATIONARY MODES OF INDUCTION MOTORS AND ELECTRIC DRIVES

***Abstract.** A program was developed in the package of symbolic transformations Maple. It provides automated formulas and graphing of basic characteristics of IM motors in a convenient form for the electrical engineer and student: $M(s)$, $\omega(M)$, $\omega(I)$, $I(s)$; $\cos\varphi=f(s)$ and $\varphi(s)$ for stator currents, rotor currents, magnetizing circuit, machine efficiency $\eta(s)$ and a number of other characteristics. The calculation is based on the substitution scheme of IM motors in its different variants: with one circuit in the rotor, with two or more circuits in the rotor, taking into account the skin effect in the rotor rods and without it. The user can build up the substitution scheme to the desired configuration. The algorithm of further transformations is based on analytical obtaining of amplitude-frequency and phase-frequency characteristics in the nodes of the substitution schemes with further calculation by power and slip. The output of the graphs is provided by the user after setting numerical values and calculations according to the obtained analytical dependences, without numerical errors and mistakes. The article contains screenshots of important parts of the programs and illustrates the complete set of graphs obtained in one run of the program.*

***Keywords:** induction motor, equivalent circuit, skin effect, two-cage rotor, package Maple, analytical transformations, curves of characteristics.*

Постановка проблеми. У статті розглянемо питання, які виникають у інженерів та науковців у ході вибору або створення програмного забезпечення для виконання розрахунків стаціонарних режимів асинхронного двигуна (АД) та електроприводу. Розмаїття математичних моделей АД, його сучасних конструкцій та технічних характеристик, характеристик сучасних

конструкційних матеріалів, пакетів програм, в яких реалізовані динамічні моделі АД, а також завдань інженерів-проектувальників та дослідників вимагає систематизації та оптимізації накопиченого матеріалу, а нерідко, розробки своїх програм, що враховують нові постановки завдань та можливості. Зупинимось на розробці програм розрахунків.

Об'єктом розгляду приймемо АД. Розв'язуваними завданнями – побудову типових характеристик, таких як $M(s)$, $\omega(M)$, $\omega(I)$, $I(s)$; $\cos\varphi=f(s)$ та $\varphi(s)$ для струмів статора, ротора, ланцюга намагнічування; к.к.д. машини $\eta(s)$ та ряду інших характеристик.

Мета дослідження. Метою дослідження є розробка програмного засобу для побудови цих графіків в одному пакеті за один прогін програми з можливістю анімації отриманих графіків і видачею звітнього документа, причому для різних АД з різними схемами заміщення, що вільно нарощуються, тобто з урахуванням різних відомих фізичних ефектів у двигунах та їх особливостями від різних авторів. Таких схем у науковій літературі бачимо досить багато [1-8], причому для АД, його магнітної частини або з урахуванням механічного навантаження, а можливість широкого їх застосування та зіставлення залежить від простоти використання. При цьому рішення бажано отримати аналітичне, щоб не турбуватися про величину похибки від чисельних методів для досить складних схем, а причини похибки віднести на рахунок неточно заданих значень параметрів об'єкта. Застосування пакета аналітичних перетворень при розробці зазначеної програми забезпечить новизну, практичну корисність та інноваційність задачі, що вирішується. Розглянемо стан питання щодо зазначених аспектів постановки спільного завдання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Фрагментарні рішення зазначених завдань існують уже десятиліття. Однак, формула Клосса [9,10] для розрахунку кривої $\omega(M)$ або $s(M)$ не дозволяє побудувати цей графік для глибокопазних АД або машин з подвійною білчиною кліткою. Відоме рішення для розрахунку $M(s)$ цих машин [9, 10] вимагає знання цих конструктивних елементів АД, а ці значення найчастіше знайти не вдається, особливо для старих машин, що підлягають заміні та й для нових серій у каталогах їх немає, а у розробників немає бажання публікувати цю інтелектуальну власність. Будь-який інший ефект, наприклад, скін-ефект у глибокопазному роторі, вимагає розгляду ускладненої схеми заміщення, причому існують різні підходи до ступеня деталізації самої схеми, оскільки запропоновані різні підходи: фізичні описи та апроксимаційні/оптимізаційні процедури [8-14]. Надмірне апроксимаційне підвищення кількості контурів у роторі призводить до дуже громіздких перетворень в області комплексних чисел, а отримана формула стає великою цінністю. При цьому через часту відсутність необхідних даних, а точних даних – тим більше, немає впевненості, що отримане рішення може претендувати на інженерну точність у 2÷3%. Такий стан справ призводить до пошуку апроксимаційних рішень не

в рамках розгляду фізичних ефектів [9, 13, 14], а до використання чисельних оптимізаційних процедур [15], що «підганяють» криву $\omega(M)$ до даних мотора з шильдика та з каталогів (номінальним даним, і критичному та пусковому моментам). При цьому за інформацією від розробника цілком вдалої програми [15] збіжність оптимізаційної процедури не забезпечувалася у кожного шостого двигуна (300 оброблених двокліткових машин). Зрозуміло, що «поведінка» графіка кривої в проміжку між заданими точками виходила гладкою, оскільки додаткові дані в програму не вводилися, та й метою розрахунків не було отримання «справжньої» кривої $\omega(M)$ вздовж її нестійкої (неробочої) ділянки. Крім того, модернізацію програми [15] може виконати лише сам її автор.

У даній статті нижче для порівняння зі своєю розробкою ми використовували цей алгоритм [15], оскільки у значній кількості інженерних та студентських завдань ставиться завдання промоделювати пуск АД від мережі без урахування вторинних за значимістю його ефектів, але з прийнятною за точністю оцінкою часу пуску. Разом з тим, моделювання пуску не від мережі, а через SoftStarter вимагає більш детального розгляду процесів на ділянці швидкості нижче швидкості максимального моменту. Для розробників SoftStarter, особливо з замкнутою системою регулювання, що підтримує сталість пускового струму або пускового моменту, більш точний опис роботи АД на нестійкій ділянці, ймовірно, допоміг би поліпшити динамічні якості їх системи з пульсуючою фазовою напругою АД.

Поки не ясно, наскільки широко можуть увійти до масової практики інженерних розрахунків такі «незручні особливості» АД, як, наприклад, вищі просторові гармоніки, різні паразитні моменти та інші, наскільки складною може вийти схема заміщення при їх урахуванні окремо та/або в сукупності. Тому можливість перекладання процедури отримання кривої $\omega(M)$ та інших кривих на якісний та досить швидкий програмний засіб аналітичних перетворень є актуальною. Звичайно, альтернативою такому підходу є FEM-метод разом з його відомими перевагами та недоліками: необхідність мати повне креслення АД, знати властивості конструкційних матеріалів, довго набирати і дуже довго розраховувати модель і при цьому без більш-менш вдалої аналітичної апроксимації – не мати другого, швидко розраховуваного варіанта, для порівняння результатів. Але у разі моделювання або проектування/реставрування зовсім конструкційно незвичайної машини отримання її аналітичного опису може зайняти набагато більше часу, ніж застосування FEM-методу, особливо при одноразовій розробці.

На рис. 1-9 показані типові та деякі особливі схеми заміщення асинхронного двигуна, взаємні переходи між якими вимагатимуть уваги та краще мати їх усі разом в одній програмі.

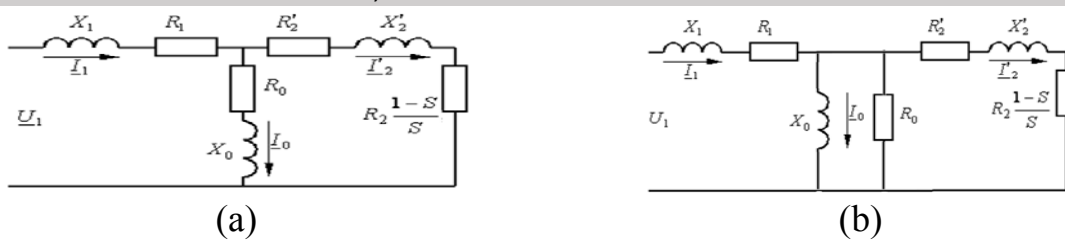


Рис. 1. Т-схема заміщення АД з одним контуром КЗ-ротора з послідовним (а)/ паралельним (б) резисторами R_0

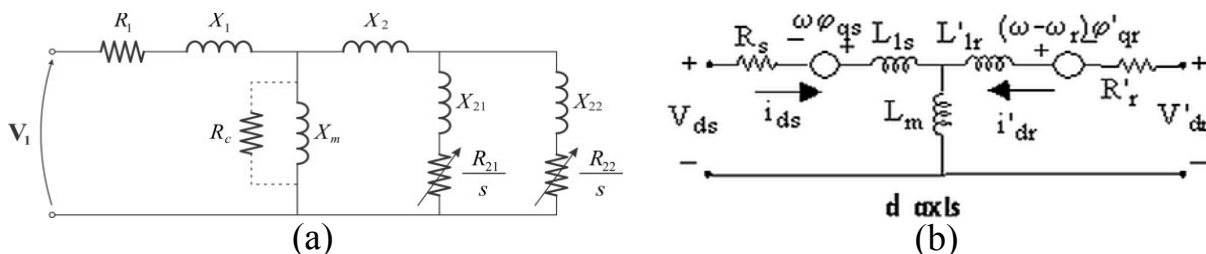


Рис. 2. Т-схема заміщення двокіткового АД с КЗ-ротором (а) [6] та з Matlab'a (б)

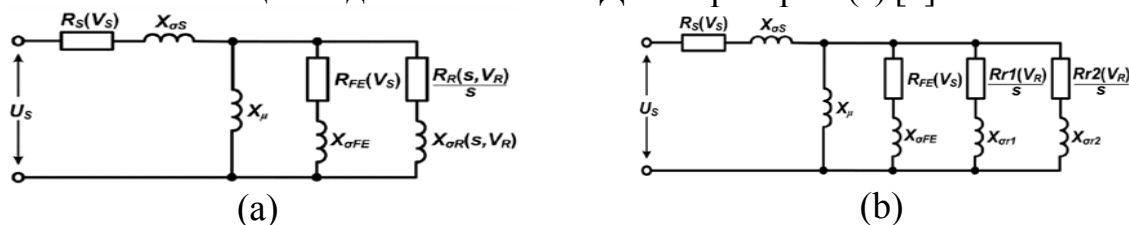


Рис. 3. Схеми заміщення АД с одним (а) та двома (б) контурами на роторі та контуром втрат в сталі

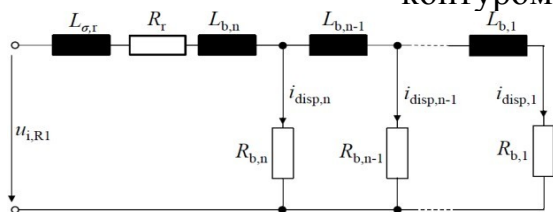


Рис. 4. Еквівалентна схема для моделювання ефекту витіснення струму в стрижнях ротора [13, 14]

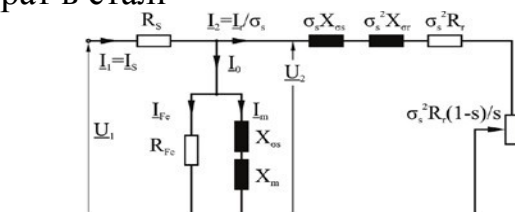


Рис. 5. АД, Г-схема з еквівалентним резистором втрат в сталі [7]

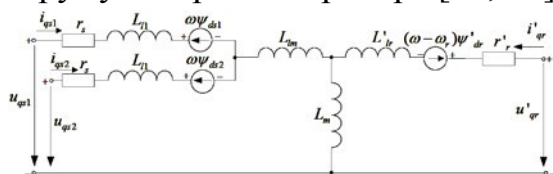


Рис. 6. Динамічний еквівалент пофазних схем шестифазного АД [1]

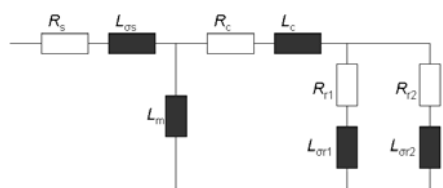


Рис. 7. Модель схеми з подвійною кліткою для асинхронних машин [2]

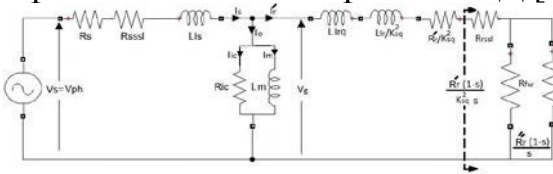


Рис. 8. Еквівалентна схема АД з ефектом скосу пазів, втратами паразитного навантаження, втратами в сталі та механічними втратами [4]

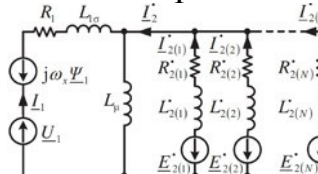


Рис. 9. Індукційна машина RML-ЕС [5]

На рис. 10-15 показані криві $\omega(M)$, які відображають експериментально отримані криві $\omega(M)$.

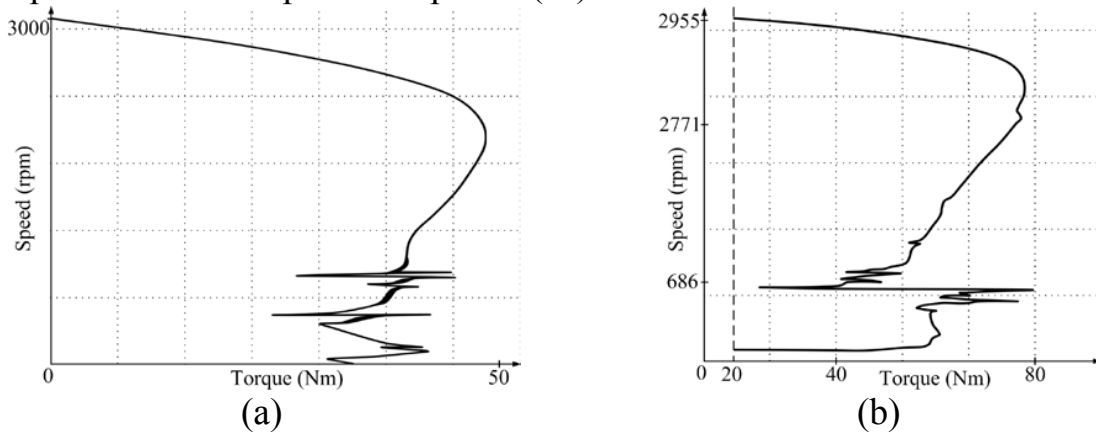


Рис. 10. $\omega(M)$ АД КМР I00L4 (а) и АД $P_n=60$ кВт (б), зняті проф. Акімовим Л.В.

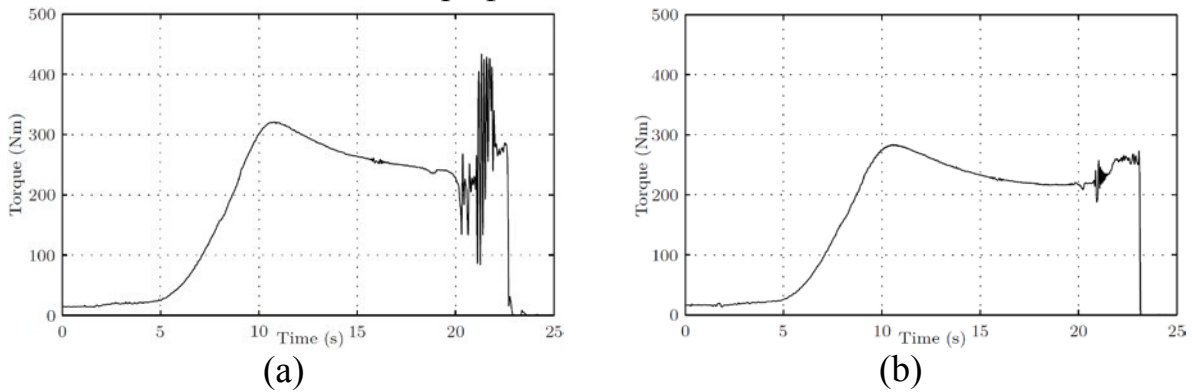


Рис. 11. Крива $M(t)$ АД без скосу пазів (а), зі скосом пазів (б) [16]

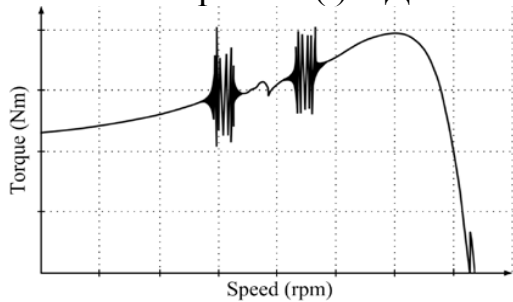


Рис. 12. Усереднення шляхом усунення вищих гармонік, гармоніки до 220 рад/с збереглися [17]

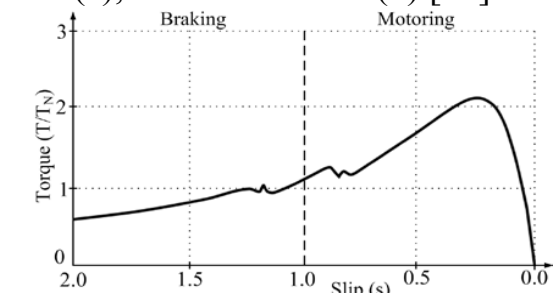


Рис. 13. Крива $M(s)$ при несинусоїдальних обмотках без скін-ефекту [8]

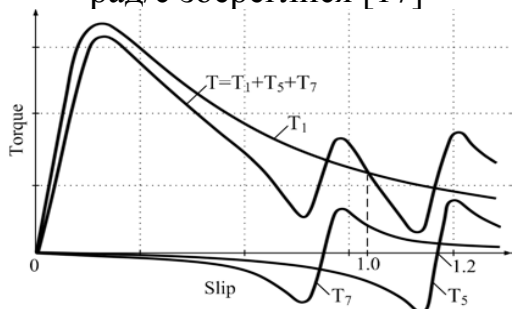


Рис. 14. Асинхронні моменти, обумовлені 1, 5 і 7 гармоніками магнітного поля

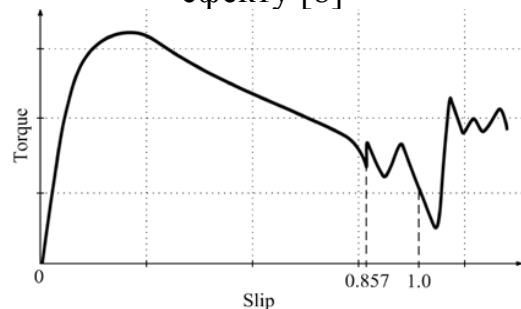


Рис. 15. Накладення синхронного моменту на асинхронний, $p=2$, $Z_1=24$, $Z_2=28$

Виклад основного матеріалу дослідження. Основна ідея роботи полягає у застосуванні пакета символічних перетворень (зокрема, Maple) для виконання аналітичних перетворень у схемі заміщення асинхронної машини користувача за наступним алгоритмом:

вибираємо графічне зображення схеми з буквеними позначеннями її параметрів R і L , фазною напругою V_1 і ковзанням s . У всіх подальших перетвореннях ці величини будуть входити в буквенному вигляді аж до етапу побудови графіків;

позначаємо комплексні опори гілок схеми стандартно: Z_1 для статора, Z_2 для ланцюга намагнічування, Z_3 , Z_4 і т.д. для ланцюгів ротора;

перетворюємо схему для визначення загального комплексного опору Z_{orig} ;

знаходимо комплексний струм фази статора за законом Ома $I(p) = V_1(p) / Z_{orig}(p)$;

продовжуємо перетворення, використовуючи закон Ома і правило Кірхгофа або метод графів або інший для відшукування комплексних струмів усіх гілок схеми і, якщо необхідно, вузлів напруг;

записуємо передавальні функції $W(p)$ об'єктів від вхідної фазної напруги V_1 до струмів усіх гілок схеми;

отримуємо частотні передавальні функції $W(j\omega)$ відповідною підстановкою $j\omega$ замість оператора Лапласа в $W(p)$;

виділяємо дійсні Re та уявні Im частини всіх отриманих $W(j\omega)$;

за знайденими дійсними та уявними частинами частотних передавальних функцій отримуємо амплітудні значення струмів гілок $A(\omega)$, «фази» $\Delta\phi$ відносно фаз напруг V_1 і V_o (ЕРС індукції E_1), косинуси $\cos(\Delta\phi)$, причому знайдені «амплітуди» відповідають термінології теорії автоматичного управління і одночасно середньоквадратичним значенням струмів (якщо в якості V_1 було прийнято середньоквадратичне значення);

за всіма отриманими струмами, при відомих V_1 , R_i , L_i знаходимо активну потужність, що підводиться, потім отримуємо всі потужності втрат i , віднімаючи втрати, знаходимо потужність на валу;

знаючи потужність на валу, визначаємо електромагнітний момент як $M = P / \omega$; всі отримані формули записані в буквенному вигляді, що дозволяє будувати графіки, призначаючи незалежною змінною будь-яку з величин s , V_1 , R_i , L_i і досліджувати чутливість моделі двигуна до варіації заданого параметра, тобто її робастність. Формули виходять громіздкими, але швидко;

після етапу аналітичних перетворень задаємо номінальні значення параметрів двигуна та значення параметрів його схеми заміщення та отримуємо повний комплект графіків. Вся ця робота може бути виконана в автоматичному режимі перетворень за кілька секунд або послідовно за текстом програми при необхідності внесення змін, підстроювання або налагодження, а також в режимі анімації з варіацією чисельних значень номінальних параметрів машини та R , L схеми заміщення в заданому

діапазоні. Для корекції фаз струмів ротора, виходячи з відомого співвідношення для ЕРС АД $E_1 = E_2$ на векторній діаграмі, достатньо з отриманих формул аргументів струмів ротора I_3, I_4 відняти число π .

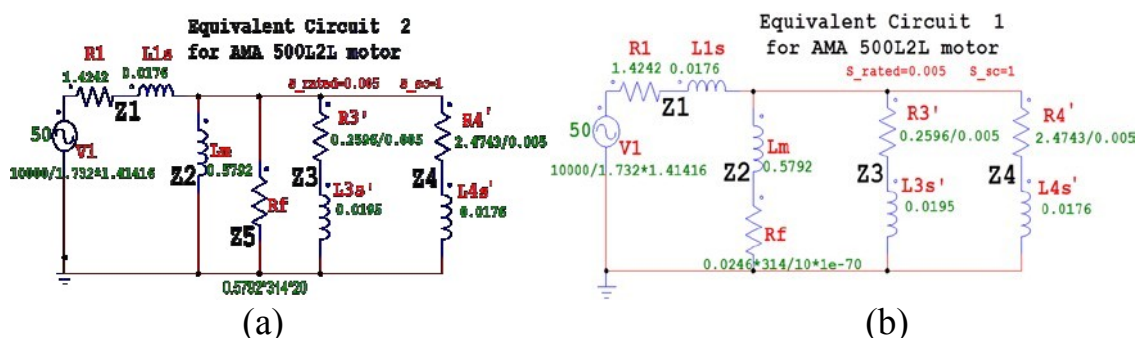


Рис. 16. Еквівалентні схеми АД з двокліточним ротором (а) та скін-ефектом (б)

Покажемо основні фрагменти розробленої програми в табл. 1-4, а всі побудовані графіки – на рис. 17-24. Перетворення та розрахунки виконані для однієї із схем заміщення, показаних на рис. 16. В якості АД був використаний двигун потужністю 1,8 МВт фірми АВВ типу АМА-500L2L. У якості його номінальних даних і значень параметрів схеми заміщення прийняті результати оптимізованої процедури за алгоритмом [15].

Таблиця 1. Комплексні імпеданси схеми заміщення

<p>1. Комплексні імпеданси схеми заміщення гілки з R_f при послідовному та паралельному R_f з'єднанні:</p> <pre>> if eq_cir=1 then > Z1:=R1+L1s*p; Z2:=Lm*p+Rf; > Z3:=R3/s+L3s*p; Z4:=R4/s+L4s*p; > else > Z1:=R1+L1s*p; Z2:=Lm*p; > Z3:=R3/s+L3s*p; Z4:=R4/s+L4s*p;Z5:=Rf; > end if;</pre>	<p>2. Комплексний імпеданс повної еквівалентної схеми заміщення з R_f при послідовному та паралельному R_f з'єднанні:</p> <pre>> if eq_cir=1 then > Z_orig:=Z1+ 1/(1/Z2+1/Z3+1/Z4); > Z_or:=collect(simplify(Z_orig),p); > else > Z_orig:=Z1+ 1/(1/Z2+1/Z3+1/Z4+1/Z5); > Z_or:=collect(simplify(Z_orig),p); > end if;</pre>
--	--

Таблиця 2. Перетворення Лапласа та частотні області

<p>3. Передатні функції, струми і напруги в елементах і вузлах схеми заміщення:</p> <pre>> I1_orig:=V1/Z_or; > Vo_orig:=V1-I1_orig*(Z1); > Imu_orig:=Vo_orig/(Z2); > I3_orig:=Vo_orig/(Z3); > I4_orig:=Vo_orig/(Z4); > I5_orig:=Vo_orig/(Z5); > > W_I1_V1_p_orig:=1/Z_or; > W_Imu_V1_p_orig:=simplify(Imu_orig/V1); > W_I3_V1_p_orig:=simplify(I3_orig/V1); > W_I4_V1_p_orig:=simplify(I4_orig/V1); > W_I5_V1_p_orig:=simplify(I5_orig/V1);</pre>	<p>4. Вибір змінних для отримання АЧХ:</p> <pre>> fr_resp_I1_V1_orig:=subs(p=I*w,W_I1_V1_p_orig); > fr_resp_I3_V1_orig:=subs(p=I*w,W_I3_V1_p_orig); > fr_resp_I4_V1_orig:=subs(p=I*w,W_I4_V1_p_orig); > fr_resp_Imu_V1_orig:=subs(p=I*w,W_Imu_V1_p_orig); > fr_resp_I5_V1_orig:=subs(p=I*w,W_I5_V1_p_orig);</pre> <p>5. Отримання всіх частотних передатних функцій з еквівалентної схеми:</p> <pre>> fr_resp_b_I1_V1_orig:=evalc(fr_resp_I1_V1_orig); > fr_resp_b_I3_V1_orig:=evalc(fr_resp_I3_V1_orig); > fr_resp_b_I4_V1_orig:=evalc(fr_resp_I4_V1_orig); > fr_resp_b_Imu_V1_orig:=evalc(fr_resp_Imu_V1_orig); > fr_resp_b_I5_V1_orig:=evalc(fr_resp_I5_V1_orig);</pre>
---	--

Таблиця 3. Струми, потужності та електромагнітний момент двигуна

<p>5.1 Фазний струм статора I1 та коефіцієнт потужності cos (phi):</p> <pre> >Re_part_I1_V1_orig:=Re(fr_resp_b_I1_V1_orig): >Im_part_I1_V1_orig:=Im(fr_resp_b_I1_V1_orig): >A_I1_V1_orig:=evalc(sqrt(Re_part_I1_V1_orig^2+Im_part_I1_V1_orig^2)): >A_f_I1_V1_orig:=subs(w=2*pi*f, A_I1_V1_orig): >phi_I1_V1_orig:=evalc(arctan(Im_part_I1_V1_orig, Re_part_I1_V1_orig)): >phi_f_I1_V1_orig:=subs(w=2*pi*f, phi_I1_V1_orig): >cos_phi_I1_V1_orig:=evalc(cos(phi_f_I1_V1_orig)): >cos_phi_f_I1_V1_orig:=evalc(cos(phi_f_I1_V1_orig)): </pre>	<p>5.2 Фазні струми ротора I3, I4 та коефіцієнти потужності:</p> <pre> >Re_part_I3_V1_orig:=Re(fr_resp_b_I3_V1_orig): >Im_part_I3_V1_orig:=Im(fr_resp_b_I3_V1_orig): >A_I3_V1_orig:=evalc(sqrt(Re_part_I3_V1_orig^2+Im_part_I3_V1_orig^2)): >A_f_I3_V1_orig:=subs(w=2*pi*f, A_I3_V1_orig): >phi_I3_V1_orig:=evalc(arctan(Im_part_I3_V1_orig, Re_part_I3_V1_orig)): >phi_f_I3_V1_orig:=subs(w=2*pi*f, phi_I3_V1_orig): cos_phi_f_I3_V1_orig:=evalc(cos(phi_f_I3_V1_orig)): >Re_part_I4_V1_orig:=Re(fr_resp_b_I4_V1_orig): >Im_part_I4_V1_orig:=Im(fr_resp_b_I4_V1_orig): >A_I4_V1_orig:=evalc(sqrt(Re_part_I4_V1_orig^2+Im_part_I4_V1_orig^2)): >A_f_I4_V1_orig:=subs(w=2*pi*f, A_I4_V1_orig): >phi_I4_V1_orig:=evalc(arctan(Im_part_I4_V1_orig, Re_part_I4_V1_orig)): >phi_f_I4_V1_orig:=subs(w=2*pi*f, phi_I4_V1_orig): >cos_phi_f_I4_V1_orig:=evalc(cos(phi_f_I4_V1_orig)): </pre>
---	---

Таблиця 4. Номінальні дані двигуна та параметри еквівалентної схеми.
Характеристики двигуна АМА-500L2L

<p>6. Номінальні дані двигуна та параметри еквівалентної схеми апроксимованим скін-ефектом:</p> <pre> > P_rated:=1.8e6: U_rated_phase:=10000/1.732: I_rated:=120.75: pair:=1: > Omega0_mec:=2*pi*50/pair: > M_rated:=5758: > ww:=2*pi*50: k_vit_R:=3*0: > k_vit_L:=0.3 > R1:=1.4242: L1s:=0.0176: R4:=2.4743: > R3:=0.2596*(1+k_vit_R*abs(s)): > L3s:=0.0195*(1-k_vit_L*abs(s)): L4s:=0.0176: > Lm:=0.5792: J_motor:=22.4: > if eq_cir=1 then Rf:=Lm*314.16/20: else Rf:=(Lm*314.16)*50 end if: </pre>	<p>7. Оцінка та зображення кривих характеристик двигуна АМА-500L2L:</p> <pre> > readlib(unassign): with(plots): eq_cir; > assign(f=50):assign(V1=U_rated_phase): > tit:=title='Torque_Curve_for_M/Mrated': lfont:=labelfont=[TIMES,ROMAN,14]:lab:=labels=[Slip,M]: > plot([Torque_orig/M_rated],s=-0.5..1.5,color=[red,green,blue],tit,lab,lfont,gridlines); </pre>
--	---

Результуюча формула для розрахунку електромагнітного моменту отримана повністю в символному вигляді в функції ковзання і всіх параметрів схеми заміщення, як і інші величини машини і гілок її схеми заміщення (потужності, струми, кути, косинуси кутів, швидкість, к.к.д.).

$$\begin{aligned}
 M_s := & (12V^2 Lm^2 \pi^2 Rf^2 f^2 (4L^3 \pi^2 R4f^2 s^2 + 4L^4 \pi^2 R3f^2 s^2 + R3^2 R4 + R3 R4^2)s) / \\
 & (\text{Omega0_mex}(128L1 \pi^6 f^6 Lm^2 Rf^2 L3^2 L4s^4 + 16R1^2 Rf^2 L3^2 \pi^4 f^4 L4^2 s^4 + 16R1^2 Lm^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L4^2 s^4 \\
 & + 16R1^2 Lm^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L3^2 s^4 + 32 R1^2 Lm^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L4L3^2 s^4 + 64L1^2 \pi^6 f^6 Lm^2 Rf^2 L3^2 s^4 \\
 & + 128L1^2 \pi^6 f^6 Rf^2 L3L4^2 Lm s^4 \\
 & + 128L1^2 \pi^6 f^6 Rf^2 L3^2 L4 Lm s^4 + 64Lm^2 \pi^6 f^6 Rf^2 L3^2 L4^2 s^4 + 32 R1^2 Rf^2 L3 \pi^4 f^4 L4^2 Lm s^4 \\
 & + 32R1^2 Rf^2 L3^2 \pi^4 f^4 L4 Lm s^4 \\
 & + 128L1 \pi^6 f^6 Lm^2 Rf^2 L4^2 L3 s^4 + 64L1^2 \pi^6 f^6 Rf^2 L3^2 L4^2 s^4 + 64L1^2 \pi^6 f^6 Lm^2 Rf^2 L4^2 s^4 \\
 & + 128R1 Lm^2 \pi^6 f^6 L3^2 L4^2 Rf s^4 \\
 & + 64R1^2 Lm^2 \pi^6 f^6 L3^2 L4^2 s^4 + 256 L1^2 \pi^8 f^8 Lm^2 L3^2 L4^2 s^4 + 128L1 \pi^6 f^6 Rf^2 L3^2 L4^2 Lm s^4 \\
 & + 128L1^2 \pi^6 f^6 Lm^2 Rf^2 L3L4 s^4 \\
 & + 32R1Lm^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L4^2 R3s^3 + 128L1^2 \pi^6 f^6 Lm^2 RfL3^2 R4 s^3 + 32R1 Lm^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L3^2 R4s^3 \\
 & + 128L1^2 \pi^6 f^6 Lm^2 RfL4^2 R3s^3 \\
 & + 32R1^2 Lm^2 \pi^4 f^4 RfL3^2 R4 s^3 + 32 R1^2 Lm^2 \pi^4 f^4 RfL4^2 R3 s^3 + 8R1^2 Rf^2 L3 \pi^2 f^2 R4^2 Lm s^2 \\
 & + 4R1^2 Rf^2 R3^2 L4^2 \pi^2 f^2 s^2 \\
 & + 4R1^2 Lm^2 \pi^2 f^2 Rf^2 R3^2 s^2 + 16Lm^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L3^2 R4^2 s^2 + 64L1^2 \pi^6 f^6 Lm^2 L3^2 R4^2 s^2 \\
 & + 4R1^2 Lm^2 \pi^2 f^2 Rf^2 R4^2 s^2 \\
 & + 32 L1^2 \pi^4 f^4 Lm^2 Rf^2 R4R3 s^2 + 64 L1^2 \pi^6 f^6 Lm^2 R3^2 L4^2 s^2 + 4R1^2 Rf^2 L3^2 \pi^2 f^2 R4^2 s^2 \\
 & + 32L1^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L3R4^2 Lm s^2 \\
 & + 16 L1^2 \pi^4 f^4 Lm^2 Rf^2 R3^2 s^2 + 16 Lm^2 \pi^4 f^4 Rf^2 R3^2 L4^2 s^2 + 8R1^2 Lm^2 \pi^2 f^2 Rf^2 R4 R3 s^2 \\
 & + 16L1^2 \pi^4 f^4 Rf^2 R3^2 L4^2 s^2 \\
 & + 32 L1 \pi^4 f^4 Rf^2 L3^2 R4^2 Lm s^2 + 16 R1^2 Lm^2 \pi^4 f^4 R3^2 L4^2 s^2 + 16R1^2 Lm^2 \pi^4 f^4 L3^2 R4^2 s^2 \\
 & + 32 R1 Lm^2 \pi^4 f^4 L3^2 R4^2 Rf s^2 \\
 & + 16 L1^2 \pi^4 f^4 Rf^2 L3^2 R4^2 s^2 + 16 L1^2 \pi^4 f^4 Lm^2 Rf^2 R4^2 s^2 + 32R1Lm^2 \pi^4 f^4 R3^2 L4^2 Rf s^2 \\
 & + 32L1^2 \pi^4 f^4 Rf^2 R3^2 L4Lm s^2 \\
 & + 32 L1 \pi^4 f^4 Rf^2 R3^2 L4^2 Lm s^2 + 32L1 \pi^4 f^4 Lm^2 Rf^2 R4^2 L3 s^2 + 32L1 \pi^4 f^4 Lm^2 Rf^2 R3^2 L4 s^2 \\
 & + 8R1^2 Rf^2 R3^2 L4 \pi^2 f^2 Lm s^2 \\
 & + 8 R1Lm^2 \pi^2 f^2 Rf^2 R3^2 R4 s + 8R1^2 Lm^2 \pi^2 f^2 RfR4^2 R3 s + 32L1^2 \pi^4 f^4 Lm^2 Rf R3^2 R4 s \\
 & + 32L1^2 \pi^4 f^4 Lm^2 Rf R4^2 R3 s \\
 & + 8 R1Lm^2 \pi^2 f^2 Rf^2 R4^2 R3s + 8R1^2 Lm^2 \pi^2 f^2 RfR3^2 R4 s + R1^2 Rf^2 R3^2 R4^2 + 16L1^2 \pi^4 f^4 Lm^2 R3^2 R4^2 \\
 & + 4L1^2 \pi^2 f^2 Rf^2 R3^2 R4^2 \\
 & + 4 Lm^2 \pi^2 f^2 Rf^2 R3^2 R4^2 + 4R1^2 Lm^2 \pi^2 f^2 R3^2 R4^2 + 8R1 Lm^2 \pi^2 f^2 R3^2 R4^2 Rf \\
 & + 8 L1 \pi^2 f^2 Rf^2 R3^2 R4^2 Lm))
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Для пояснення роботи програми на рис. 17-24 показані графіки різних характеристик АД. Вони були побудовані авторами в пакеті Maple за розробленою програмою з табл.1-4.

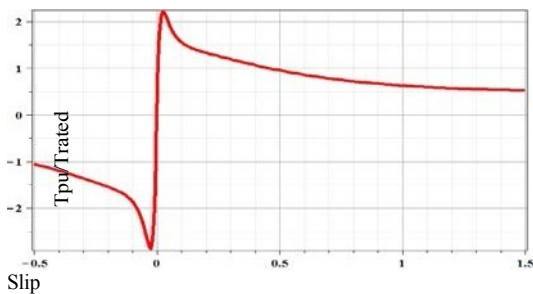


Рис. 17. Залежність M(s)

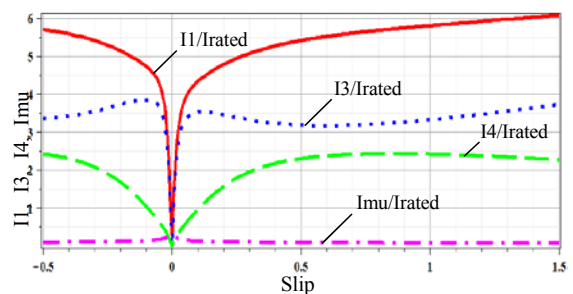
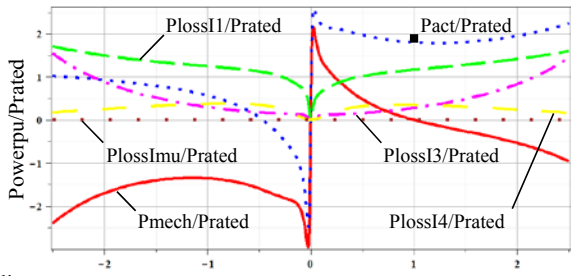


Рис. 18. Струми I1(s), I3(s), I4(s), Imu(s)



Slip

Рис. 19. Втрати $P_1(s)$, $P_3(s)$, $P_4(s)$, $P_{\text{Imu}}(s)$ та активна потужність $P_{\text{act}}(s)$

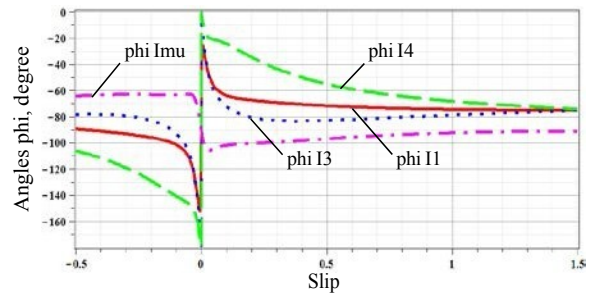


Рис. 20. Кути φ струмів $I_1(s)$, $I_3(s)$, $I_4(s)$, $I_{\text{mu}}(s)$

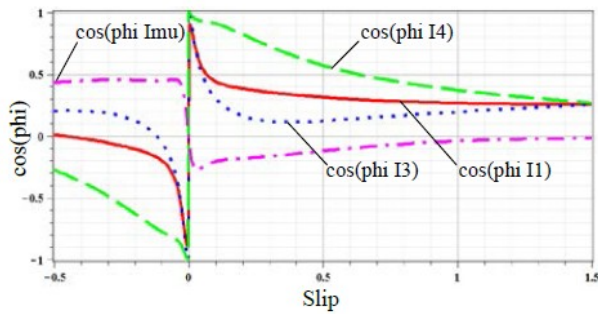


Рис. 21. $\cos(\varphi)$ струмів $I_1(s)$, $I_3(s)$, $I_4(s)$, $I_{\text{mu}}(s)$

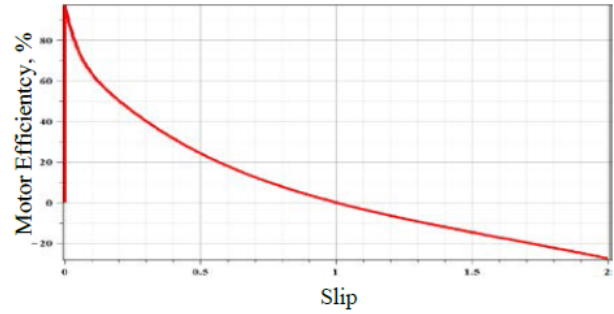


Рис. 22. Залежність к.к.д. двигуна від ковзання

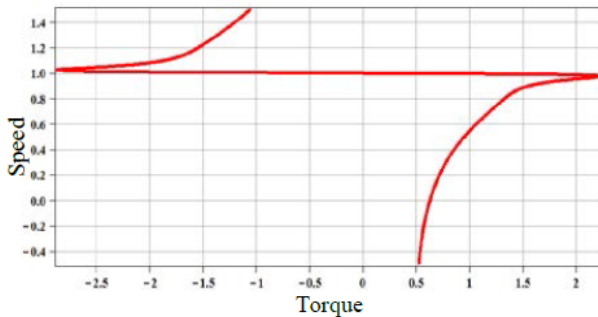
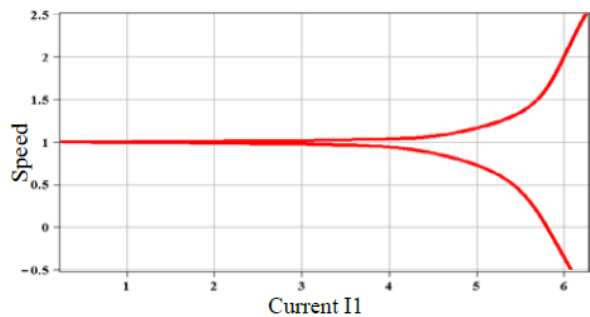


Рис. 23. Швидкісно-моментна характеристика двигуна, $\omega=f(T)$



Slip Рис. 24. Швидкісно-струмова характеристика двигуна, $\omega=f(\text{abs}(I_1))$

Висновки з проведеного дослідження. У статті розкрито алгоритм, показано розроблену програму та результати об'єднання повністю символьних перетворень, апарату передавальних функцій, у тому числі й частотних, з масивом завдань побудови графіків статичних характеристик асинхронних двигунів для різних схем заміщення та набору функцій, що відображаються, виведених з схем заміщення ($\omega(M)$, $\omega(I)$, $M(s)$, сімейство струмів статора, ротора і намагнічування $I(s)$, потужностей елементів АД, к.к.д., кутів та їх косинусів для гілок схем заміщення між кожним струмом і напругою статора, між індукованою ЕРС і струмами ротора). Завдання вирішується і

для гладких та кусково заданих нелінійностей, якщо вони задані аналітично і включені в схему заміщення АД, наприклад, для оцінки скін-ефекту в роторі. Одночасно в програмі за рахунок засобів пакета Maple успішно вирішується задача анімації побудованих вищевказаних графіків в реальному часі за допомогою мишки для швидкого інтуїтивного оцінювання чутливості характеристик АД до варіації значень напруги живлення і частоти мережі, параметрів схем заміщення R_1 , L_1 , k_{vi_R} , k_{vi} , h_{cm} , R_4 , L_4 , L_m , R_{fe} і навіть параметрів, необхідних для урахування скін-ефекту, зокрема і глибини паза ротора. У такій конфігурації постановка завдання є актуальною і оригінальною.

Список використаної літератури:

1. Kundrotas B., Liasauskas S., and Rinkeviciene R. Model of multiphase induction motor. *Elektronika ir Elektrotechnika*. 1970. vol. 111, no. 5, pp. 111–114, doi: 10.5755/j01.eee.111.5.369.
2. Arkkio A., Rasilo P., and Repo A.-K. Dynamic electromagnetic torque model and parameter estimation for a deep-bar induction machine. *IET Electric Power Applications*. 2008. vol. 2, no. 3, pp. 183–192, doi: 10.1049/iet-epa:20070264.
3. Solar L. C., Montiel A. A. C., Llanes M. V., Santos V. S., and Colina A. C. A new exact equivalent circuit of the medium voltage three-phase induction motor. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*. 2020. vol. 10, no. 6, pp. 6164–6171, doi: 10.11591/ijece.v10i6.pp6164-6171.
4. Nasir B. An Accurate Determination of Induction Machine Equivalent Circuit Components. *Proceedings of the Proceedings of the 1st International Multi-Disciplinary Conference Theme: Sustainable Development and Smart Planning, IMDC-SDSP 2020, Cyperspace, 28-30 June 2020*, 2020, doi: 10.4108/eai.28-62020.2297941.
5. Rolek J. and Utrata G. An identification procedure of electromagnetic parameters for an induction motor equivalent circuit including rotor deep bar effect. *Archives of Electrical Engineering*. 2018, vol. 67, no. 2, pp. 279–291.
6. Wengerkiewicz A. C. et al. Estimation of three-phase induction motor equivalent circuit parameters from manufacturer catalog data. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*. 2017. vol. 16, no. 1, pp. 90–107, doi: 10.1590/2179-10742017v16i1873.
7. Kostić M. Equivalent circuit improvement method for induction motor efficiency. *Journal Electronics and Energetics*. 2012. vol. 25, no 1, pp. 31-42.
8. Monjo L., F. Córcoles, and J. Pedra. Parameter estimation of squirrel-cage motors with parasitic torques in the torque-slip curve. *IET Electric Power Applications*. 2015. vol. 9, no. 5, pp. 377–387, doi: 10.1049/ietepa.2014.0208.
9. Müller G. and Ponick B. *Calculation of electrical machines*, 6th ed. Weinheim: Wiley-VCH, 2012.
10. Boldea I. and Nasar S. A. *The induction machines design handbook*. CRC Press, 2018, doi: 10.1201/9781315222592.
11. Maddi Z. and Aouzellag D. Dynamic modelling of induction motor squirrel cage for different shapes of rotor deep bars with estimation of the skin effect. *Progress In Electromagnetics Research M*. 2017. vol. 59, pp. 147–160, doi: 10.2528/PIERM17060508.
12. Oberretl K. Influence of skin effect on mutual inductance of double-cage induction motors. *Electrical Engineering*. 2005. vol. 87, no. 2, pp. 103–111, doi: 10.1007/s00202-004-0233-7.
13. Korolova O., Torre Cubillo J., and Ponick B. Transient modeling of ac machines considering second order effects. *Informatyka Automatyka Pomiaru w Gospodarce i Ochronie Środowiska*. 2018. vol. 8, no. 2, pp. 4–8, doi: 10.5604/01.3001.0012.0695.
14. Popp M., Mathis W., Korolova O., and Ponick B. Modeling and simulation of electrical machines within a CCM framework. in *2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, May 2017, pp. 1–8, doi: 10.1109/IEMDC.2017.8002174.
15. Pedra J. On the determination of induction motor parameters from manufacturer data for electromagnetic transient programs. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2008. vol. 23, no. 4, pp. 1709–1718, doi: 10.1109/TPWRS.2008.2002293.
16. Stening A. Analysis and reduction of parasitic effects in induction motors with die-cast rotors. *KTH Royal Institute of Technology*, 2013.
17. Golebiowski L. and Mazur D. The effect of strong parasitic synchronous and asynchronous torques in

induction machine with rotor eccentricity. *10th Mediterranean Electrotechnical Conference. Information Technology and Electrotechnology for the Mediterranean Countries. Proceedings. MeleCon 2000*. 2000. vol. 3, pp. 982-985.

References:

1. Kundrotas B., Lissauskas S., and Rinkeviciene R. Model of multiphase induction motor. *Elektronika ir Elektrotechnika*. 1970. vol. 111, no. 5, pp. 111–114, doi: 10.5755/j01.eee.111.5.369.
2. Arkkio A., Rasilo P., and Repo A.-K. Dynamic electromagnetic torque model and parameter estimation for a deep-bar induction machine. *IET Electric Power Applications*. 2008. vol. 2, no. 3, pp. 183–192, doi: 10.1049/iet-epa:20070264.
3. Solar L. C., Montiel A. A. C., Llanes M. V., Santos V. S., and Colina A. C. A new exact equivalent circuit of the medium voltage three-phase induction motor. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*. 2020. vol. 10, no. 6, pp. 6164–6171, doi: 10.11591/ijece.v10i6.pp6164-6171.
4. Nasir B. An Accurate Determination of Induction Machine Equivalent Circuit Components. *Proceedings of the Proceedings of the 1st International Multi-Disciplinary Conference Theme: Sustainable Development and Smart Planning, IMDC-SDSP 2020, Cyperspace, 28-30 June 2020, 2020*, doi: 10.4108/eai.28-62020.2297941.
5. Rolek J. and Utrata G. An identification procedure of electromagnetic parameters for an induction motor equivalent circuit including rotor deep bar effect. *Archives of Electrical Engineering*. 2018, vol. 67, no. 2, pp. 279–291.
6. Wengerkievicz A. C. *et al.* Estimation of three-phase induction motor equivalent circuit parameters from manufacturer catalog data. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*. 2017. vol. 16, no. 1, pp. 90–107, doi: 10.1590/2179-10742017v16i1873.
7. Kostić M. Equivalent circuit improvement method for induction motor efficiency. *Journal Electronics and Energetics*. 2012. vol. 25, no 1, pp. 31-42.
8. Monjo L., F. Córcoles, and J. Pedra. Parameter estimation of squirrel-cage motors with parasitic torques in the torque-slip curve. *IET Electric Power Applications*. 2015. vol. 9, no. 5, pp. 377–387, doi: 10.1049/ietepa.2014.0208.
9. Müller G. and Ponick B. *Calculation of electrical machines*, 6th ed. Weinheim. Wiley-VCH, 2012.
10. Boldea I. and Nasar S. A. *The induction machines design handbook*. CRC Press, 2018, doi: 10.1201/9781315222592.
11. Maddi Z. and Aouzellag D. Dynamic modelling of induction motor squirrel cage for different shapes of rotor deep bars with estimation of the skin effect. *Progress In Electromagnetics Research M*. 2017. vol. 59, pp. 147–160, doi: 10.2528/PIERM17060508.
12. Oberretl K. Influence of skin effect on mutual inductance of double-cage induction motors. *Electrical Engineering*. 2005. vol. 87, no. 2, pp. 103–111, doi: 10.1007/s00202-004-0233-7.
13. Korolova O., Torre Cubillo J., and Ponick B. Transient modeling of ac machines considering second order effects. *Informatyka Automatyka Pomiar w Gospodarce i Ochronie Środowiska*. 2018. vol. 8, no. 2, pp. 4–8, doi: 10.5604/01.3001.0012.0695.
14. Popp M., Mathis W., Korolova O., and Ponick B. Modeling and simulation of electrical machines within a CCM framework. in *2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, May 2017, pp. 1–8, doi: 10.1109/IEMDC.2017.8002174.
15. Pedra J. On the determination of induction motor parameters from manufacturer data for electromagnetic transient programs. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2008. vol. 23, no. 4, pp. 1709–1718, doi: 10.1109/TPWRS.2008.2002293.
16. Stening A. Analysis and reduction of parasitic effects in induction motors with die-cast rotors. *KTH Royal Institute of Technology*, 2013.
17. Golebiowski L. and Mazur D. The effect of strong parasitic synchronous and asynchronous torques in induction machine with rotor eccentricity. *10th Mediterranean Electrotechnical Conference. Information Technology and Electrotechnology for the Mediterranean Countries. Proceedings. MeleCon 2000*. 2000. vol. 3, pp. 982-985.

Надійшла до редакції 01.12.2022 р.