

Клепиков Володимир Борисович, д.т.н., професор кафедри автоматизовані електромеханічні системи, +38(050)647-81-70, klepikovvladimir390@gmail.com, ORCID ID: 0009-0003-9186-0769.

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
вул. Кирпичова, 2, Харків, Україна, 61002.*

Беляєв Олег Сергійович, аспірант кафедри автоматизовані електромеханічні системи, +38(050)692-82-84, guzozzzo@gmail.com, ORCID ID: 0009-0000-4839-3948.

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
вул. Кирпичова, 2, Харків, Україна, 61002.*

Лапін Андрій Андрійович, бакалавр кафедри автоматизовані електромеханічні системи, +38(050)594-50-12, pixier2288@gmail.com,.

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
вул. Кирпичова, 2, Харків, Україна, 61002.*

МЕЖІ СТІЙКОСТІ ДВОМАСОВОЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ З ФРИКЦІЙНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ У МОДИФІКОВАНИХ УЗАГАЛЬНЕНИХ БЕЗРОЗМІРНИХ ПАРАМЕТРАХ

Анотація: Розглянуто аспекти синтезу енергоефективної електромеханічної системи автоматичного керування електроприводу широкого класу машин і механізмів з нелінійним фрикційним навантаженням. Система містить пружний зв'язок між інерційними масами, а механічна характеристика навантаження – «падаючу» ділянку, на якій підвищення швидкості ковзання супроводжується зменшення сили опору. Одержані аналітичні співвідношення для розрахунку меж стійкості системи. Співвідношення надані у модифікованих узагальнених безрозмірних параметрах. Наведені графічні приклади.

Ключові слова: електромеханічна система, стійкість, електропривод, фрикційне навантаження, безрозмірні параметри, характеристичний поліном, критерій Міхайлова, D-розбиття.

Klepikov Volodymyr, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Automated Electromechanical Systems, +38(050)647-81-70, klepikovvladimir390@gmail.com, ORCID ID: 0009-0003-9186-0769.

*National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute".
2, St. Kirpychova, Kharkiv, Ukraine, 61002.*

Bieliaiev Oleh, postgraduate student of the Department of automated electromechanical systems, +38(050)692-82-84, guzozzzo@gmail.com, ORCID ID: 0009-0000-4839-3948.

*National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute".
2, St. Kirpychova, Kharkiv, Ukraine, 61002.*

Lapin Andrii, Bachelor of the Department of Automated Electromechanical Systems, +38(050)594-50-12, pixier2288@gmail.com.

*National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute".
2, St. Kirpychova, Kharkiv, Ukraine, 61002.*

STABILITY BOUNDARIES OF A TWO-MASS ELECTROMECHANICAL SYSTEM WITH FRICTION LOAD IN MODIFIED GENERALIZED DIMENSIONLESS PARAMETERS

Abstract: This study addresses the synthesis of an energy-efficient electromechanical automatic-control system for electric drives in a wide range of machines and mechanisms operating under a nonlinear friction load. The system incorporates an elastic coupling between inertial masses, whereas the mechanical load characteristic includes a falling segment, where an increase in slip velocity is accompanied by a decrease in resisting force. Analytical expressions are derived to determine the stability boundaries of the system; the formulas are presented in modified, generalized dimensionless parameters. Illustrative graphs are provided.

Key words: electromechanical system, stability, electric drive, friction load, dimensionless parameters, characteristic polynomial, Mikhailov criterion, D-partition.

Вступ. В роботі «Енергоефективні електромеханічні системи широкого технологічного призначення» [1] показано, що електропривод (ЕП) машин і механізмів являє в Україні широку базу економії паливних енергетичних ресурсів (ПЕР). На імпорт нафти, газу і навіть вугілля витрачаються великі валютні кошти.

Те, що електропривод є такою широкою базою, свідчить багаточисельні приклади наведені у роботах [2, 3, 4]. Економія паливних енергоресурсів досягається модернізацією електроприводів шляхом переходу від нерегульованого електроприводу до електромеханічних систем автоматичного керування. В роботі [5] було показано, що оцінка енергоефективності лише по електролічильнику, як різниці електровитрат після модернізації і до неї – некоректно. При модернізації електроприводу проявляють себе, так звані, мультиплікативний та синергетичний ефекти, які призводять до суттєвого збільшення економії енергоресурсів. Це досягається за рахунок зменшення розхідних матеріалів технологічного процесу, на виготовлення і транспортування яких витрачається чимало енергетичних ресурсів. Сутність мультиплікативного і синергетичного ефектів розкрита у роботах [1, 5].

Синтез автоматичних систем керування ЕП здійснюється методами, що описані в літературі [6, 7, 8], з урахуванням особливостей технологічного процесу, який вимагає необхідні показники регулювання: швидкодія, перерегулювання координат електроприводу, стійкість, коливальність. Особливістю багатьох електроприводів машин і механізмів є наявність в електромеханічній системі пружних кінематичних зв'язків і фрикційного навантаження.

При синтезі і дослідженні вихідно-нестійких систем необхідно знати межі стійкості розімкненої системи електроприводу. До таких систем відносяться електроприводи з нелінійним фрикційним навантаженням, характеристика якого містить, так звану, «падаючу» ділянку. При знаходженні робочої точки на цій ділянці, збільшення швидкості проковзування супроводжується зменшенням моменту опору. При цьому жорсткість механічної характеристики навантаження має від'ємний знак, що може привести до появи неприпустимих фрикційних автоколивань (АКФ) [9]. Таке явище має місце у електроприводах електровозів, при буксуванні та юзі, прокатних станів при буксуванні валків, у металорізальних верстатах, та багатьох інших машинах та механізмах [10].

При аналізі та синтезі електромеханічних систем, з метою скорочення у співвідношеннях чисельності фізичних величин та врахуванні впливу між ними, використовують безрозмірні узагальнені параметри та безрозмірне значення часу. На відміну від інших робіт [7, 9], в статті використовується модифіковані узагальнені безрозмірні параметри [11].

Мета роботи: вивести співвідношення для побудови меж стійкості вихідно-нестійкої двомасової електромеханічної системи з пружним кінематичним зв'язком і нелінійним фрикційним навантаженням у модифікованих узагальнених безрозмірних параметрах, коли робоча точка системи належить падаючій ділянці характеристики тертя.

Для визначення меж стійкості застосовується метод D-розбиття сумісно з критерієм Михайлова. Цей метод забезпечує можливість побудови граничних кривих, що розділяють області стійкості та нестійкості в просторі змінних параметрів. Порівняно з класичними критеріями, такими як критерії Гурвіца, метод D-розбиття і критерій Михайлова є більш наглядними для багатопараметричних систем із невизначеностями та нелінійностями. Аналітичний аналіз доповнюється числовим моделюванням у середовищі MATLAB/Simulink, що дозволяє перевірити коректність отриманих результатів і оцінити поведінку системи в умовах реальних змінних режимів.

Теоретична частина. Двомасова електромеханічна система, що розглядається в роботі, складається з двох інерційних мас, які з'єднані пружним кінематичним зв'язком. Перша маса відображає інерційність ротора електродвигуна і жорстко пов'язаних з ним елементів, друга – приведених до кутової швидкості валу двигуна масу робочого органу і пов'язаних з ним мас.

У фізичних параметрах загально відома схема системи, що розглядається, має вигляд, наданий на рис. 1.

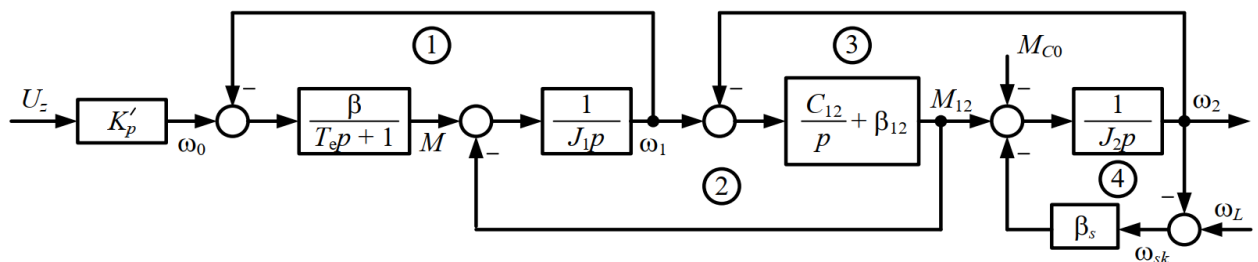


Рисунок 1 – Двомасова електромеханічна система у фізичних параметрах

У цій схемі:

U_z – сигнал управління на напівпровідниковий перетворювач;

K'_p – коефіцієнт передачі перетворювача, що живить електричний двигун;

ω_0 – кутова швидкість холостого ходу електродвигуна;

β – модуль жорсткості механічної характеристики ланки електромеханічного перетворення;

T_e – електромагнітна постійна часу силового кола електродвигуна;

M – момент електродвигуна;

J_1 – момент інерції ротора двигуна та жорсткопов'язаних з ним мас;

ω_1 – кутова швидкість валу електродвигуна;

Інші змінні та параметри приведені до швидкості валу електродвигуна:

C_{12} – механічна жорсткість пружного звена;

β_{12} – коефіцієнт в'язкого тертя пружного звена;

M_{12} – пружний момент;

J_2 – момент інерції другої маси;

ω_2 – кутова швидкість другої маси;

β_S – жорсткість лінеаризованої ділянки механічної характеристики фрикційного навантаження;

ω_L – швидкість руху до початку проковзування;

ω_{SK} – швидкість проковзування.

Прийmemo наступні припущення:

1. Вплив внутрішнього в'язкого тертя кінематичного пружного зв'язку не враховується (у реальній системі це забезпечить додатковий запас стійкості внаслідок демпфуючого характеру даної величини);
2. Складову швидкості руху до появи надлишкового проковзування (буксування, юзу) вважаємо постійною, яка не впливає на динамічні властивості системи;
3. Напівпровідниковий перетворювач вважаємо безінерційним з коефіцієнтом передачі K_p та вихідним сигналом, що дорівнює швидкості холостого ходу електродвигуна;
4. Динамічні властивості ланки електромеханічного перетворення енергії відповідають аперіодичній ланці першого порядку.

Для універсалізації аналітичних виразів перейдемо до схеми в модифікованих узагальнених безрозмірних параметрах [11], що надана на рис. 2.

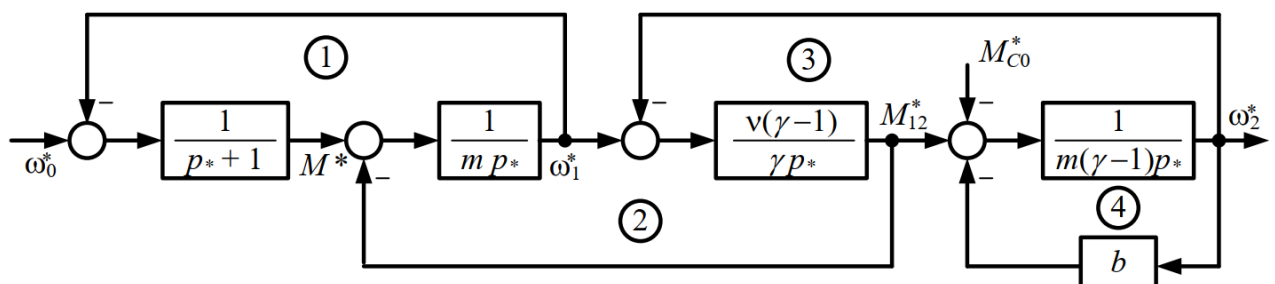


Рисунок 2 – Структурна схема системи у модифікованих узагальнених безрозмірних параметрах

В схемі відносні величини:

ω_0^* – кутова швидкість холостого ходу електродвигуна;

M^* – момент електродвигуна;

ω_1^* – кутова швидкість валу електродвигуна;

M_{12}^* – пружний момент;

ω_2^* – кутова швидкість другої маси;

$m = \frac{T_M}{T_e}$ – відношення електромеханічної до електромагнітної постійних часу, де

$$T_M = \frac{J_1}{\beta};$$

$\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1}$ – коефіцієнт співвідношення мас;

$\nu = \frac{\Omega_{12}^2}{\Omega_{EM}^2}$ – відношення квадратів частот недемпфованого механічного та електромеханічного резонансів;

$b = \frac{\beta_S}{\beta}$ – відношення жорсткості лінеаризованої ділянки механічної характеристики навантаження до модуля жорсткості механічної характеристики електроприводу;

$p_* = p \cdot T_e$ – оператор диференціювання у безрозмірній формі.

За базові величини для координат системи виберемо загальновідомі: для кутових швидкостей – швидкість холостого ходу електродвигуна ω_0 ; для моментів – момент короткого замикання $M_{KZ} = \beta \cdot \omega_0$.

Динамічні властивості системи визначаються коренями її характеристичного полінома, який є знаменником передатної функції. Знайдемо вираз характеристичного полінома аналізованої ЕМС.

Для отримання характеристичного полінома двомасової електромеханічної системи використано топологічний метод.

За формулою Мезона:

$$W(p_*) = \frac{\sum_{i=1}^q P_i \Delta_{*i}}{\Delta_*}, \quad (1)$$

де P_i – i -й шлях від вхідного сигналу до заданої координати; q – кількість шляхів (у нашому випадку $q = 1$, тому алгебраїчне доповнення до визначника системи $\Delta_{*i} = 1$);

Δ_* – визначник системи, обчислюється за формулою:

$$\Delta_* = \prod_{k=1}^m (1 - L_{**k}) \quad (2)$$

де L_{*k} – передача k -го контуру, яка представляє множення передавальних функцій ланок, що входять до нього, а позначення $**$ вказує, що у виразі (2) контури, що мають загальні вузли, приймаються рівними нулю; m – число контурів системи (для нашої схеми $m = 4$).

Врахуємо пари незалежних контурів та отримаємо

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_2 L_4). \quad (3)$$

У загальному вигляді за співвідношенням (1)-(2) характеристичний поліном системи має вигляд

$$D(p_*) = a_4 p_*^4 + a_3 p_*^3 + a_2 p_*^2 + a_1 p_* + a_0, \quad (4)$$

де a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 – залежать від значень узагальнених безрозмірних параметрів.

Передачі контурів після підстановки параметрів дорівнюють:

$$L_1 = -\frac{1}{mp_*(p_* + 1)}, \quad (5)$$

$$L_2 = -\frac{v(\gamma - 1)}{m\gamma p_*^2}, \quad (6)$$

$$L_3 = -\frac{v}{m\gamma p_*^2}, \quad (7)$$

$$L_4 = -\frac{b}{m(\gamma - 1)p_*}. \quad (8)$$

Після підстановки модифікованих узагальнених безрозмірних параметрів у формулу Мезона та виконання перетворень були визначені вирази для коефіцієнтів характеристичного полінома

$$a_4 = m^2 \gamma (\gamma - 1); \quad (9)$$

$$a_3 = m\gamma (b + (\gamma - 1)m); \quad (10)$$

$$a_2 = m\gamma (v(\gamma - 1) + b + \gamma - 1); \quad (11)$$

$$a_1 = (\gamma - 1)(m\gamma + b)v + b\gamma; \quad (12)$$

$$a_0 = v(\gamma - 1)(b + 1). \quad (13)$$

Підставивши (9)-(13) у (4) отримаємо характеристичний поліном у вигляді

$$D(p_*) = [m^2\gamma(\gamma-1)]p_*^4 + [m\gamma(b+(\gamma-1)m)]p_*^3 + [m\gamma(v(\gamma-1)+b+\gamma-1)]p_*^2 + \\ + [(\gamma-1)(m\gamma+b)v+b\gamma]p_* + v(\gamma-1)(b+1); \quad (14)$$

У кожному з коефіцієнтів, починаючи з 3-го ступеня, є доданок з параметром b . Саме ці члени (оскільки вони можуть стати від'ємними) призводять до втрати стійкості системи, яка при $b=0$ є стійкою.

Система переходить у нестійкий режим, коли хоча б один з коефіцієнтів характеристичного полінома стає від'ємним. Це відбувається при певних значеннях безрозмірного параметра b , що характеризує «від'ємне» в'язке тертя.

Для вивчення можливостей усунення фрикційних автоколивань у двомасових ЕМС необхідно для початку усвідомити сутність та причини їх виникнення. Нестійкий розбіжний коливальний процес призводить до зростання амплітуди коливань. Внаслідок цього, починаючи з певної амплітуди, робоча точка з падаючої ділянки від'ємного в'язкого тертя переходить на висхідні ділянки характеристики тертя. На цих ділянках зростають втрати коливальної енергії, внаслідок чого коливання стабілізуються і виникає автоколивальний процес (фрикційні автоколивання).

Під «межею стійкості» двомасової ЕМС розуміють такі значення її параметрів (наприклад, жорсткості пружного зв'язку, коефіцієнтів тертя, інерційних мас, тощо), за яких система переходить від стійкого режиму до коливального з нулевою або додатною дійсною частиною коренів характеристичного полінома.

Для оцінки стійкості двомасової електромеханічної системи з від'ємним в'язким тертям та визначення меж стійкості в просторі параметрів було застосовано критерій Михайлова та метод D-розбиття [12, 13]. Використання цих методів дозволяє виконати як аналітичний, так і числовий аналіз впливу параметрів системи на її динамічну поведінку та визначити області стабільної роботи.

Критерій Михайлова ґрунтується на аналізі траєкторії годографа Михайлова, яка будується за значеннями дійсної та уявної частин характеристичного полінома при змінному частотному параметрі. Стійкість

системи досягається за умови, що аргумент характеристичного полінома змінюється в межах, визначених кількістю коренів із додатною дійсною частиною.

Для аналізу стійкості всі корені полінома (14) мають знаходитись у лівій півплощині комплексної площини (мати від'ємні дійсні частини). Це можливо перевірити шляхом підстановки:

$$p_* = j\Omega_*, \quad (15)$$

де j – уявна одиниця, Ω_* – змінна частота.

Після підстановки поліном набуває вигляду:

$$D(j\Omega_*) = a_4(j\Omega_*)^4 + a_3(j\Omega_*)^3 + a_2(j\Omega_*)^2 + a_1(j\Omega_*) + a_0. \quad (16)$$

Враховуючи, що $j^2 = -1$, $j^3 = -j$, $j^4 = 1$, вираз (16) набуває вигляд:

$$D(j\Omega_*) = a_4\Omega_*^4 - ja_3\Omega_*^3 - a_2\Omega_*^2 + ja_1\Omega_* + a_0. \quad (17)$$

Таким чином, характеристичний комплекс розкладається на дійсну та уявну частини.

$$D(j\Omega_*) = \text{Re}(\Omega_*) + \text{Im}(j\Omega_*),$$

де

$$\text{Re} = [m^2\gamma(\gamma-1)]\Omega_*^4 - [m\gamma(v(\gamma-1) + b + \gamma - 1)]\Omega_*^2 + v(\gamma-1)(b+1), \quad (18)$$

$$\text{Im} = (-[m\gamma(b + (\gamma-1)m)]\Omega_*^2 + [(\gamma-1)(m\gamma + b)v + b\gamma]) \cdot \Omega_*. \quad (19)$$

Згідно з критерієм Михайлова, на межі стійкості одночасно виконуються умови: $\text{Re} = 0$; $\text{Im} = 0$. Для визначення стійкості системи будується траєкторія радіус вектора годографа Михайлова, і якщо, обертаючись проти годинникової стрілки, ніде не перейшовши через нуль годограф послідовно проходить n -квадратів комплексної площини повернувшись на кут $\frac{\pi}{2} \cdot n$, то система стійка.

Більшу наглядність забезпечує метод D-розбиття, який дозволяє побудувати межі стійкості безпосередньо у вісях безрозмірних параметрів (наприклад b і m). Для одержання аналітичних співвідношень граничних кривих необхідно

розв'язати систему рівнянь, що описує одночасне обнулення дійсної та уявної частин полінома.

З дійсної частини (18) виразимо параметр m , де отримаємо рішення

$$m = \frac{\Omega_*^2 \gamma (b + \gamma + v(\gamma - 1) - 1) \pm \sqrt{[\Omega_*^2 \gamma (-b - \gamma - v(\gamma - 1) + 1)]^2 - 4 \cdot \Omega_*^4 \gamma (\gamma - 1) \cdot v(b + 1)(\gamma - 1)}}{2 \cdot \Omega_*^4 \gamma (\gamma - 1)}. \quad (20)$$

З уявної частини (19) знаходимо параметр b

$$b = \frac{\gamma m (\gamma - 1) (m \Omega_*^2 - v)}{\gamma (1 - m \Omega_*^2) + v(\gamma - 1)}. \quad (21)$$

Отримані аналітичні залежності використовуються для побудови граничних кривих за методом D-розбиття [15, 16]. Суть методу полягає у поділі простору змінних параметрів (у даному випадку – m та b) на області стійкості та нестійкості за допомогою граничних кривих, що відповідають умовам переходу коренів характеристичного полінома через уявну вісь.

Для цього параметрично змінюється частота Ω_* , і для кожного її значення обчислюються відповідні пари параметрів (m, b) , що відповідають межі стійкості, яка відокремлює стійку область від нестійкої.

Метод D-розбиття є ефективним інструментом для аналізу стійкості складних динамічних систем із багатьма змінними параметрами та забезпечує геометрично наочне представлення стійких і нестійких областей. Використання цього методу спрощує визначення припустимих діапазонів зміни параметрів при синтезі регуляторів та оптимізації конструкції системи.

Для перевірки отриманих аналітичних залежностей і побудови меж стійкості двомасової електромеханічної системи було застосовано числове моделювання за допомогою програмного середовища MATLAB [14]. Розрахунок здійснювався на основі отриманих аналітичних залежностей (20) і (21). Як приклад, отриманні межі стійкості для параметрів $\gamma = 1.6$, $v = 1$ представлені на рис. 3, а також при параметрах $\gamma = 1.4$, $v = 3$ (рис. 4). Штрихування межі спрямоване у бік області стійкості.

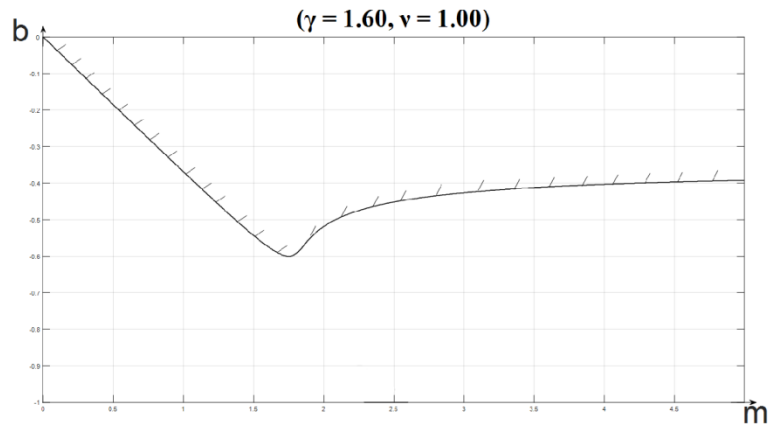


Рисунок 3 – Межа стійкості для ЕМС у модифікованих узагальнених безрозмірних параметрах при $\gamma = 1.6$, $\nu = 1$

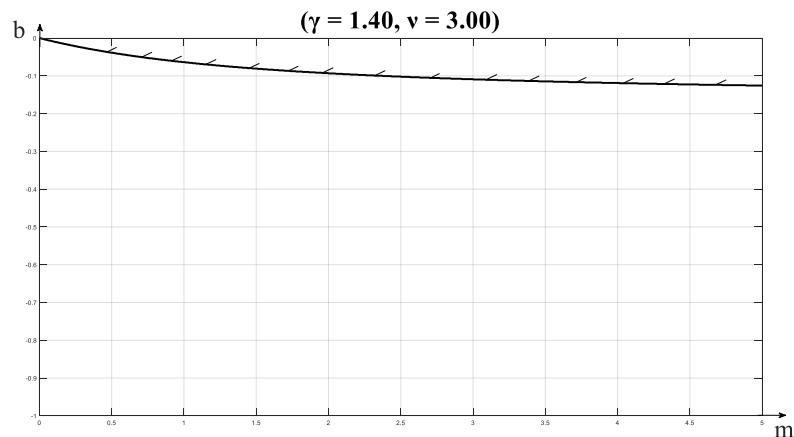


Рисунок 4 – Межа стійкості для ЕМС у модифікованих узагальнених безрозмірних параметрах при $\gamma = 1.4$, $\nu = 3$

З одержаних рисунків можна зробити висновок, що збільшення значення співвідношення мас γ поширює область стійкості, а при співпаданні частот електромеханічних та механічних недемпфованих коливань ν існує поширення зони стійкості внаслідок резонансу цих частот. Це підтверджує відомий факт посилення демпфування при наявності резонансного явища. Надані на рис. 3-4 межі стійкості являють собою лише приклад їх побудування при фіксованих значеннях γ і ν . Використання отриманих у роботі аналітичних співвідношень при застосуванні MATLAB надає можливість провести більш детальний аналіз впливу параметрів системи на вид меж стійкості. Це створює підґрунтя для використання при подальшому синтезі системи автоматичного керування одержаних співвідношень для визначення стану висхідної розімкненої двомасової

електромеханічної системи з пружним зв'язком і нелінійним фрикційним навантаженням.

Висновки. У роботі одержані аналітичні співвідношення та надані приклади графічного побудування з використанням MATLAB/Simulink меж стійкості двомасової електромеханічної системи з пружним кінематичним зв'язком та нелінійним фрикційним навантаженням. Модель системи було представлено в модифікованих узагальнених безрозмірних параметрах, що дозволило спростити математичний опис системи та зменшити кількість параметрів, що однозначно визначають її динамічні показники. Це також забезпечило універсальність одержаних результатів для широкого класу електромеханічних систем. Одержані результати можуть бути використані при синтезі електромеханічних систем автоматичного керування з нелінійним фрикційним навантаженням, що функціонують за умов змінного коефіцієнту тертя і потребують усунення фрикційних автоколивань.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Загірняк М. В., Клепиков В. Б., Ковбаса С. М., Михальський В. М., Пересада С. М., Садовой О. В., Шаповал І. А. Енергоефективні електромеханічні системи широкого технологічного призначення. Київ: Ін-т електродинаміки НАН України, 2018. 310 с.
2. Ковалко М. П., Денисюк С. П.; відп. ред. Шидловський А. К. Енергозбереження – пріоритетний напрям державної політики України. Київ : УЕЗ, 1998. 506 с.
3. Закладний О. М., Праховнік А. В., Соловей О. І. Енергозбереження засобами промислового електропривода : навч. посіб. Київ : Кондор, 2005. 408 с.
4. Жовтянський В. А. Ключові проблеми енергозбереження у розрізі енергетичної стратегії України // *Енергоефективність-2002 : тези Міжнар. наук.-техн. конф.* (Київ, 2002). Київ, 2002. С. 20–25.
5. Клепиков В. Б., Розов В. Ю. Роль электропривода в решении проблем энергосбережения // *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. Серия: *Электротехника, электроника и электропривод* : сб. науч. тр. Харьков : 2008. Вып. 30. С. 45–50.
6. Dorf R. C., Bishop R. H. Modern Control Systems. 13th ed. Harlow : Pearson Education, 2016. 1104 p.
7. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування : підручник. 2-ге вид., перероб. і доп. Київ : Лібідь, 2007. 656 с.
8. Armstrong-Helouvry B., Dupont P., De Wit C. C. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction // *Automatica*. 1994. Vol. 30, no. 7. pp. 1083–1138.
9. Клепиков В. Б. Динаміка електромеханічних систем з нелінійним тертям: монографія. Харків : Підручник НТУ ХПІ, 2014. 408 с.
10. Armstrong-Helouvry B. J. Control of Machines with Friction. Boston : Kluwer Academic Publishers, 1991. 173 p.

11. Обруч И. В., Хорева А. В. Новая модель двухмассовой электромеханической системы в обобщенных параметрах. *Вестник Нац. техн. ун-та ХПИ. Темат. вып.: Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика*. 2015. № 12 (1121). С. 160–163.
12. Kuo B. C. *Automatic Control Systems*. 8th ed. Hoboken : Wiley, 2007. 1015 p.
13. Ackermann J. *Robust Control : The Parameter Space Approach*. London : Springer, 2002. 418 p.
14. Tyagi A. *MATLAB and SIMULINK for Engineers*. New Delhi: Oxford University Press, 2012. 504 p.

REFERENCES

1. Zahirniak M.V., Klepikov V.B., Kovbasa S.M., Mykhalskyi V.M., Peresada S.M., Sadovyi O.V. and Shapoval I.A. (2018), Energy-Efficient Electromechanical Systems for Broad Technological Applications [Enerhoefektyvni elektromekhanichni systemy shyrokooho tekhnolohichnoho pryznachennia], Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine, Kyiv, 310 p.
2. Kovalko M.P. and Denisiuk S.P.; Shydlovskyi A.K. (ed.) (1998), Energy Saving – a Priority Direction of the State Policy of Ukraine [Enerhozberezhennia – priorytetnyi napriam derzhavnoi polityky Ukrainy], UEZ, Kyiv, 506 p.
3. Zakladnyi O.M., Prakhovnik A.V. and Solovey O.I. (2005), Energy Saving by Means of Industrial Electric Drive: Textbook [Enerhozberezhennia zasobamy promyslovoho elektropyvoda: navch. posib.], Kondor, Kyiv, 408 p.
4. Zhovtianskyi V.A. (2002), «Key energy-saving issues in the context of Ukraine's energy strategy» [«Kliuchovi problemy enerhozberezhennia u rozrizi enerhetychnoi stratehii Ukrainy»], in *Energy Efficiency-2002: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference [Enerhoefektyvnist'-2002: tez y Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii]*, Kyiv : pp. 20–25.
5. Klepikov V.B. and Rozov V.Yu. (2008), «The role of electric drive in solving energy-saving problems» [«Rol' elektropyvoda v reshenii problem enerhosberezheniia»], *Bulletin of the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute». Series: Electrical Engineering, Electronics and Electric Drive [Vestnik Natsional'noho tekhnicheskoho universiteta «Kharkovskii politekhnicheskii institut». Serii: Elektrotekhnika, elektronika i elektropriwod]*, NTU«KhPI», Kharkiv : vol. 30, pp. 45–50.
6. Dorf R.C. and Bishop R.H. *Modern Control Systems*, 13th ed., Pearson Education, Harlow, 1104 p.
7. Popovych M.H. and Kovalchuk O.V. (2007), *Automatic Control Theory: Textbook*, 2nd revised ed. [Teoriia avtomatychnoho keruvannia: pidruchnyk. 2-he vyd., pererob. i dop.], Lybid, Kyiv, 656 p.
8. Armstrong-Helouvry B., Dupont P. and De Wit C.C. (1994), «A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction», *Automatica*, 30 (7), pp. 1083–1138.
9. Klepikov V.B. (2014), *Dynamics of Electromechanical Systems with Non-Linear Friction [Dynamika elektromekhanichnykh system z nelineinym tertiam]*, NTU «KhPI» Press, Kharkiv, 408 p.
10. Armstrong-Helouvry B.J. (1991), *Control of Machines with Friction*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 173 p.
11. Obruch I. V., Khoreva A. V. A New Model of a Two-Mass Electromechanical System in Generalised Parameters. *Bulletin of NTU «KhPI». Thematic Issue: Problems of Automated Electric Drive. Theory and Practice*. 2015. No. 12 (1121). pp. 160–163.
12. Kuo B. C. *Automatic Control Systems*. 8th ed. Hoboken : Wiley, 2007. 1015 p.
13. Ackermann J. *Robust Control : The Parameter Space Approach*. London : Springer, 2002. 418 p.
14. Tyagi A. *MATLAB and SIMULINK for Engineers*. New Delhi: Oxford University Press, 2012. 504 p.

Надійшла до редакції 23.02.2025р.