

УДК 621.039:621.311

**Погосов Олексій Юрійович**, д-р техн. наук, професор, Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса, Україна

**Дерев'янка Ольга Володимирівна**, аспірант, Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса, Україна. [ov\\_derevyanko@mail.ru](mailto:ov_derevyanko@mail.ru)

### ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ІНЖЕНЕРНОГО КОНСТРУЮВАННЯ БУСТЕРНИХ ФРИКЦІЙНО-ВИХРОВИХ ТУРБІН ПРИВОДІВ НАСОСІВ АВАРІЙНОГО ПІДЖИВЛЕННЯ ДЛЯ АЭС

*Розглянуто теоретично обґрунтований підхід до проектування вдосконалених бустерних фрикційно-вихрових турбін, заснований на аналізі динаміки робочого тіла в фрикційно-вихрових турбінах приводних агрегатів методами математичної фізики. На основі теоретичних розробок представлений варіант вирішення завдання інженерного конструювання комбінованих турбоприводу насосів аварійного підживлення обладнання АЕС.*

**Ключові слова:** безпека атомної енергетики, турбоприводу насосів аварійного підживлення для АЕС, фрикційно-вихрова турбіна.

**Погосов Алексей Юрьевич**, д-р техн. наук, профессор, Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса, Украина, [pogosov@ukr.net](mailto:pogosov@ukr.net)

**Деревянка Ольга Владимировна**, аспирант, Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса, Украина, [ov\\_derevyanko@mail.ru](mailto:ov_derevyanko@mail.ru)

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ БУСТЕРНЫХ ФРИКЦИОННО-ВИХРЕВЫХ ТУРБИН ПРИВОДОВ НАСОСОВ АВАРИЙНОЙ ПОДПИТКИ ДЛЯ АЭС

*Рассмотрен теоретически обоснованный подход к проектированию усовершенствованных бустерных фрикционно-вихревых турбин, основанный на анализе динамики рабочего тела в фрикционно-вихревых турбинах приводных агрегатов методами математической физики. На основе теоретических разработок представлен вариант решения задачи инженерного конструирования комбинированных турбоприводов насосов аварийной подпитки оборудования АЭС.*

**Ключевые слова:** безопасность атомной энергетики, турбоприводы насосов аварийной подпитки для АЭС, фрикционно-вихревая турбина.

**Pogosov Aleksandr Yurevich**, Dr. Eng. Sc, professor, Odessa national polytechnic university, Odessa, Ukraine.

**Derevianko Olga Vladimirovna**, post-graduate student, Odessa national polytechnic university, Odessa, Ukraine. [ov\\_derevyanko@mail.ru](mailto:ov_derevyanko@mail.ru)

### THEORETICAL FOUNDATIONS OF ENGINEERING DESIGN BOOSTER FRICTION-VORTEX TURBINE DRIVES OF PUMPS FOR EMERGENCY IRRIGATION FOR NPP

*Considered theoretically grounded approach to the design of improved booster friction-vortex turbines, based on the analysis of the dynamics of the working fluid in the friction-vortex turbine drive units methods of mathematical physics. Based on the theoretical developments presented variant of the solution of engineering design combined turbine drive emergency feed water pumps NPP equipment.*

**Keywords:** safety of nuclear energy, turbine pumps for nuclear power plant emergency makeup, friction-vortex turbine.

#### Введение

При аварийном электрообесточивании энергоблоков АЭС обеспечение их безопасности во многом определяется надежным восполнением дефицита водных сред при помощи насосов подпитки. Рациональное конструирование фрикционно-вихревых турбин (турбин трения) в качестве бустерных конструктивных элементов комбинированных турбоприводов насосов аварийной подпитки теплообменного оборудования АЭС требует предварительного аналитического рассмотрения соответствующих физических процессов для обоснованных инженерных решений при профилировании рабочих колес роторов этих агрегатов [1].

До последнего времени физика вихревого движения потоков несепарированного влажного пара, выработка которого технологически свойственна АЭС (и который при аварийном электрообесточивании энергоблока может быть использован в таких устройствах в качестве рабочего тела) не была описана применительно к таким инженерным задачам [2].

### Основная часть

**Целью** исследования является разработка аналитически обоснованного подхода к проектированию усовершенствованных бустерных фрикционно-вихревых турбин и использование его результатов для инженерного конструирования турбоприводов насосов аварийной подпитки оборудования АЭС.

Для достижения поставленной цели, прежде всего проведем анализ динамики рабочего тела в фрикционно-вихревых турбинах приводных агрегатов методами математической физики, как это принято в классическом подходе А. В. Борисова и С. М. Рамоданова при решении задач по теории вихрей, затем представим вариант инженерного решения целевой задачи. В качестве исходного положения примем, что начало организованного вихревого движения в цилиндрическом корпусе турбины всегда связано с предшествующим безвихревым движением среды, поступающей через сопловой аппарат. При безвихревом движении рабочего тела на входе в рабочее колесо, сила  $R$  и момент силы  $M$ , действующие на твердое тело – в данном случае ротор турбины в ортоаксиальном плоском сечении – традиционно, в задачах математической физики, определяются формулами Седова [3]:

$$R = i\rho \frac{d}{dt} \int_C z d\varphi = X + iY, \quad M = \rho \frac{d}{dt} \int_C \frac{r^2}{2} d\varphi \quad (1)$$

Здесь  $X, Y$  – проекции силы на неподвижные оси,  
 $\rho$  – плотность жидкости.

При этом момент силы вычисляется относительно начала неподвижной системы координат. В нашем случае эти формулы нуждаются в дальнейшем уточнении. Следуя подходу, описаному в [4], далее рассмотрим геометрию формирования вихря рабочего тела, представленную на рис.1. Пусть,  $C_1$  и  $C_2$  – концентрические окружности, определяющие пределы вихревого движения, центр которых совпадает с точкой, вокруг которой в данный момент концентрируется вихрь.

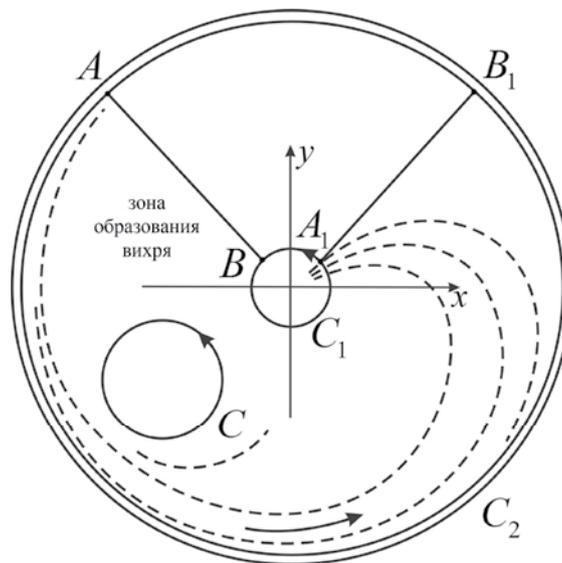


Рис. 1. Физико-геометрическое представление движения и взаимодействия рабочего тела с ротором фрикционно-вихревой турбины

Пусть радиус  $r_2$  окружности  $C_2$  настолько велик и радиус  $r_1$  окружности  $C_1$  настолько мал, что эти окружности не имеют общих точек с контуром  $C$  формирования дополнительных вихрей [5]. Пользуясь принятым физико-геометрическим представлением,

проведем разрезы  $AB$  и  $A_1B_1$  так, чтобы в области  $D$ , ограниченной контурами  $C, C_1, C_2, AB$  и  $A_1B_1$ , потенциал обтекания ротора был однозначной функцией. Импульс фрагмента рабочего тела, находящейся в области  $D$ , представим в комплексной форме:

$$P = P_x + iP_y = \rho \int_D \frac{\partial \varphi}{\partial x} d\tau + i\rho \int_D \frac{\partial \varphi}{\partial y} d\tau, \quad (2)$$

где  $P_x, P_y$  – проекции импульса на неподвижные оси. Применяя формулу Грина и формулу интегрирования по частям, получим:

$$P = P_x + iP_y = \rho \int_{\partial D} \varphi dy + i\rho \int_{\partial D} \varphi dx = i\rho \int_{\partial D} z d\varphi. \quad (3)$$

На двух сторонах разрезов  $AB$  и  $A_1B_1$  значение  $\varphi$  отличаются на постоянную величину  $\Gamma$  и  $\Gamma^* - \Gamma$ , следовательно, интегралы, соответствующие сторонам разрезов, упраздняются:

$$P = P_x + iP_y = i\rho \int_{C_2} z d\varphi - i\rho \int_{C_1} z d\varphi - i\rho \int_C z d\varphi. \quad (4)$$

Для фрагмента рабочего тела, находящегося в области  $D$ , может быть записано выражение для изменения импульса фрагмента рабочего тела (фрагмента вихря):

$$\frac{dP}{dt} = i\rho \frac{d}{dt} \int_{C_2} z d\varphi - i\rho \frac{d}{dt} \int_{C_1} z d\varphi - i\rho \frac{d}{dt} \int_C z d\varphi = -R_C - R_{C_1} + R_{C_2}, \quad (5)$$

где  $R_C, R_{C_1}, R_{C_2}$  – главные векторы сил, вызываемых давлением рабочего тела, действующие на контуры  $C, C_1, C_2$ , соответственно. Можно принять, что разность:

$$R_{C_2} - i\rho \frac{d}{dt} \int_{C_2} z d\varphi$$

стремится к нулю при  $r_2 \rightarrow \infty$ . Действительно, давление определяется по формуле Коши-Лагранжа [6]:

$$p = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\rho v^2}{2} + F(t). \quad (6)$$

Тогда

$$R_{C_2} = i \int_{C_2} p dz = -i \int_{C_2} \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} dz - i\rho \int_{C_2} \frac{v^2}{2} dz. \quad (7)$$

Учитывая, что:

$$\frac{d}{dt} \int_{C_2} z d\varphi = \int_{C_2} \frac{d}{dt} z d\varphi + \int_{C_2} z d \frac{d\varphi}{dt} = \int_{C_2} (v_x + iv_y) d\varphi - \int_{C_2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + (v_x^2 + v_y^2) dz, \quad (8)$$

в результате получаем:

$$R_{C_2} - i\rho \frac{d}{dt} \int_{C_2} z d\varphi = \rho \left( \int_{C_2} v_x v_y dx - \int_{C_2} \frac{v_x^2 - v_y^2}{2} dy \right) + i\rho \left( - \int_{C_2} v_x v_y dy + \int_{C_2} \frac{v_y^2 - v_x^2}{2} dx \right). \quad (9)$$

В силу того, что  $v = O\left(\frac{1}{r^2}\right)$  при  $r_2 \rightarrow \infty$ , приходим к выводу, что оба интеграла в правой части стремятся к нулю при  $r_1 \rightarrow \infty$ . Найдем предел разности:

$$R_{C_1} - i\rho \frac{d}{dt} \int_{C_1} z d\varphi \text{ при } r_1 \rightarrow 0.$$

Поместим начало выбранной условно неподвижной системы координат в центр окружности  $C_1$ . При фиксированном  $t$  справедливо представление [7]:

$$v_x + iv_y = \left( \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2} + \tilde{v}_x \right) + i \left( \frac{-\Gamma}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2} + \tilde{v}_y \right). \quad (10)$$

Здесь  $\tilde{v}_x, \tilde{v}_y$  – аналитические в окрестности начала координат функции переменных  $x, y$ . Обозначим  $\tilde{v}_x(0,0) = u_0, \tilde{v}_y(0,0) = v_0$ . Согласно (9) имеем:

$$\begin{aligned} R_{C_1} - i\rho \frac{d}{dt} \int_{C_1} z d\varphi &= \frac{-\Gamma\rho}{2\pi r_1^2} \left( \int_{C_2} (-v_0 y + u_0 x) dx - \int_{C_2} (-u_0 y + v_0 x) dy \right) - \\ &- \frac{i\Gamma\rho}{2\pi r_1^2} \left( \int_{C_2} (-v_0 y + u_0 x) dx - \int_{C_2} (-v_0 y + u_0 x) dy \right) + \dots \end{aligned} \quad (11)$$

Тросточие в (11) указывает на наличие слагаемых, стремящихся к нулю при  $(x,y) \rightarrow 0$ , которыми можно пренебречь. Таким образом, искомый предел равен  $\Gamma\rho v_0 - i\Gamma\rho u_0$ . Переходя в (5) к предельным случаям  $r_2 \rightarrow +\infty$  и  $r_1 \rightarrow 0$ , получаем выражение для силы, действующей на контур  $C$ :

$$R_C = i\rho \frac{d}{dt} \int_C z d\varphi - \Gamma\rho v_0 + i\Gamma\rho u_0. \quad (12)$$

При сравнении выражение (12) с (1), видим, что наличие вихря приводит к появлению дополнительного слагаемого в формуле для силы.

Обратимся теперь к определению момента силы, действующего на контур  $C$ . Кинетический момент (момент импульса) фрагмента вихря рабочего тела, находящейся в области  $D$ , равен [8]:

$$K = \rho \int_D \left( \frac{\partial(x\varphi)}{\partial y} - \frac{\partial(y\varphi)}{\partial x} \right) d\tau = -\rho \int_{\partial D} \varphi (x dx + y dy) = \rho \int_{C_2} \frac{r^2}{2} d\varphi - \rho \int_{C_1} \frac{r^2}{2} d\varphi - \rho \int_C \frac{r^2}{2} d\varphi. \quad (13)$$

Линии действия сил давления на контурах  $C_1$  и  $C_2$  проходят через начало координат, поэтому их момент относительно начала координат равен нулю. Момент силы, действующий на контур  $C$ , имеет вид  $M = -dK/dt$ . Исследуем производные по времени от интегралов в правой части (13). Равенство предела нулю:

$$\lim_{r^2 \rightarrow +\infty} \frac{d}{dt} \rho \int_{C_2} \frac{r^2}{2} d\varphi = 0 \quad (14)$$

следует из того, что модуль скорости фрагмента рабочего тела убывает на бесконечности как  $\frac{1}{r_2}$ . Для интеграла по контуру  $C_1$  имеем:

$$\frac{d}{dt} \rho \int_{C_1} \frac{r^2}{2} d\varphi = \rho \int_{C_1} \frac{d}{dt} \left( \frac{r^2}{2} \right) d\varphi = \rho \int_{C_1} (xv_x^2 + yv_y v_x) dy. \quad (15)$$

Можно понять, что с учетом (11), что правая часть (15) обращается в ноль при  $r_1 \rightarrow 0$ . Продифференцировав (13) и перейдя к пределам  $r_2 \rightarrow +\infty$  и  $r_1 \rightarrow 0$ , получим выражение для момента силы, действующего на контур  $C$ :

$$M = \rho \frac{d}{dt} \int_C \frac{r^2}{2} d\varphi \quad (16)$$

По структуре эта формула совпадает с формулой Седова (1) для момента силы, возникающего при обтекании твердого тела потоком без учета его вихревого движения. Однако в нашем случае, в отличие от указанного выше, момент силы определяется относительно точки, в области которой находится плоский вихрь (перпендикулярное оси ротора сечение вихря), закручивающий рабочее колесо турбины.

Получим интеграл для силы, входящий в выражение (12). Конформное отображение внешности единичной окружности  $\tilde{C}$  плоскости  $\zeta$  на внешность  $C$  имеет вид:

$$z = f(\zeta) = k\zeta + k_0 + k_1\zeta^{-1} + \dots, \quad (17)$$

где  $k = \left. \frac{dz}{d\zeta} \right|_{\infty} > 0$ . С учетом этого равенства, контурный интеграл в (12) может быть преобразован следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_C z d\varphi_s &= \int_{\tilde{C}} (k\zeta + k_0 + k_1\zeta^{-1} + \dots) d \left( \frac{-\Gamma}{2\pi} (\arg(\zeta - l_1)) - \arg(\zeta - 1/\bar{l}_1) + \frac{\Gamma^*}{2\pi} \arg \zeta \right) = \\ &= \frac{-\Gamma}{2\pi i} \left[ \int_{\tilde{C}} \frac{k\zeta + k_0 + k_1\zeta^{-1} + \dots}{\zeta - l_1} d\zeta - \int_{\tilde{C}} \frac{k\zeta + k_0 + k_1\zeta^{-1} + \dots}{\zeta - 1/\bar{l}_1} d\zeta \right] + \frac{\Gamma^*}{2\pi} \int_{\tilde{C}} \frac{k\zeta + k_0 + k_1\zeta^{-1} + \dots}{\zeta - 1/\bar{l}_1} d\zeta = \quad (18) \\ &= \frac{-\Gamma}{2\pi i} \left[ 2\pi i \left( f(l_1) - \frac{k}{l_1} \right) + 2\pi i k_1 \bar{l} \right] + \frac{\Gamma^*}{2\pi} 2\pi i k_0 = -\Gamma f(l_1) + \Gamma^* k_0 \end{aligned}$$

Формально заменяя в формуле (18)  $\varphi$  на  $\varphi_s$ , мы фактически определяем ту часть силы, действующей со стороны фрагмента рабочего тела на ротор турбины, которая обусловлена присутствием вихря и соответствующей циркуляцией [9].

Таким образом, согласно (12) и (18), для силы, обусловленной циркуляцией и наличием вихря, получаем следующее выражение:

$$R = i\Gamma^* \rho \frac{d}{dt} k_0 - i\Gamma \rho \frac{d}{dt} f(l_1) - \Gamma \rho v_0 + i\Gamma \rho u_0 \quad (19)$$

Первое слагаемое выражает силу, связанную с циркуляцией, эта сила ортогональна скорости, то есть является центробежной в рассматриваемой конструкции. Очевидно также, что в бустерной фрикционно-вихревой турбине действуют и другие силы, на которые указывают два последних слагаемых в (19), эти силы могут быть использованы в техническом смысле продуктивно, если обеспечить их ориентацию так, чтобы они усиливали эффект вращения ротора, что возможно благодаря соответствующему конструктивному

исполнению ротора турбины, как это будет показано далее.

Опираясь на аналитические результаты выполненного математического моделирования, позволившего уяснить качественную физическую картину рассматриваемого явления, далее исследуем возможности инженерной реализации рациональных конструкций турбин. Очевидно, что возможность решения инженерной задачи для «плоского случая» в замкнутом пространстве, ограниченном цилиндрическим корпусом, в котором должен размещаться ротор фрикционно-вихревой бустерной турбины, технически связана с формированием рабочего колеса в виде пакета плоско-параллельных дисков.

Если рабочее колесо ротора, собранно по типу рабочего колеса турбины Теслы, то для организации плоского вихревого движения среды в междисковом пространстве от периферии к центру каждый диск должен иметь в аксиальной части отверстия для выхода отработавшего рабочего тела, как показано на рис. 2. При таком инженерном решении организованный вихрь движения частиц среды геометрически может представлять собой пучок скручивающихся спиралей [10]. Организация вихря технически может осуществляться за счет соответствующих спиральных проточек. Проанализируем приемлемую форму спиральных кривых.

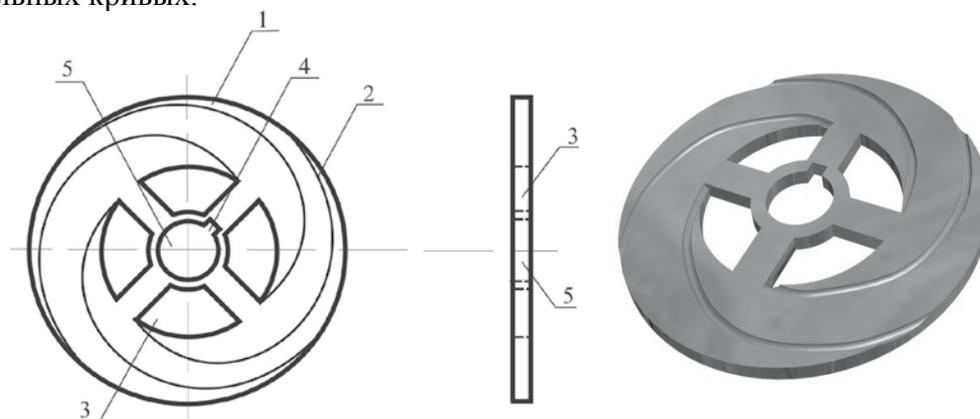


Рис. 2. Инженерный эскиз и объемное изображение спирального профилирования элементов дисковой фрикционно-вихревой турбины

Кинематический подход к анализу физики движения, отвечающего элементарной порции рабочего тела, приводит к рассмотрению отдельной спирали, которая должна быть определена как траектория материальной точки, участвующей одновременно в двух равномерных движениях. Одно из этих движений является равномерным прямолинейным движением, поскольку материальная точка за любые равные промежутки времени проходит одинаковые перемещения (в силу физических процессов, описываемых первым законом Ньютона), а второе – равномерным движением по окружности. Согласно законам динамики, движение по окружности обусловлено действием центростремительной силы на частицы рабочего тела – силы реакции со стороны цилиндрической поверхности корпуса турбомашин. Линия, по которой движется точка вихря вследствие суперпозиции двух описанных движений, математически строго отвечает геометрии кривой, представленной на рис. 3 и в общем случае известной в теории функций как спираль Архимеда.

В полярной системе координат, формально и физически отвечающей структуре вихря, примем за полюс (центр плоской спирали) точку  $O$ , а начальное положение луча  $ON$  – за полярную ось, и считая, что в начальный момент движения точка  $M$  (материальная точка, отвечающая элементу рабочего тела) была в полюсе, заметим, что расстояние  $OM$ , пройденное точкой  $M$  вдоль прямой  $ON$ , и полярный угол поворота луча  $ON$  возрастают (вследствие равномерности движения) пропорционально времени перемещения точки  $M$  (физически – элемента рабочего тела), то есть пропорциональны друг другу, что аналитически выражается некоторым коэффициентом пропорциональности.

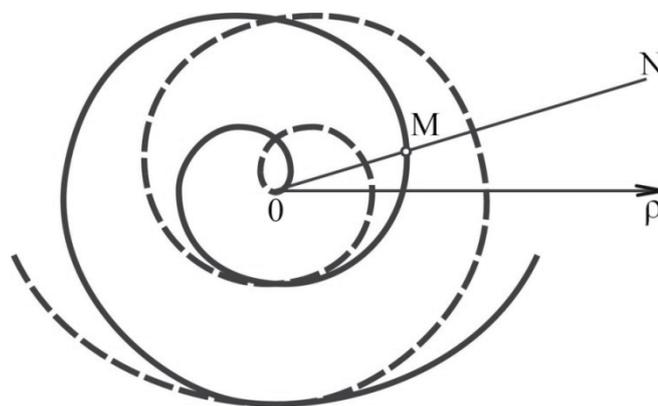


Рис. 3. Спиральная траектория движения элементов нерасширяющегося рабочего тела в фрикционно-вихревой турбине

Расстояние между двумя последовательными витками спирали, учет которого важен при разработке пространственных геометрических форм рабочего колеса ротора, определяется в плоском сечении формулой:

$$l = a(\varphi + 2\pi) - a\varphi = 2a\pi, \quad (20)$$

где  $\varphi$  – полярный угол;

$a$  – названный выше коэффициент пропорциональности (величина, являющаяся некоторой константой для конкретной спиральной кривой, параметр спирали).

Исходя из изложенного, может быть предложено инженерное обобщение рассмотренного плоского случая на случай трехмерного пространственного вихребразования для усовершенствованных бездисковых безлопастных турбинах трения [11] с рационально организованным (спиральным) движением рабочего тела в проточной части.

В такой фрикционно-вихревой турбине рабочее колесо может быть сформировано, например, из свернутого в пространственную спираль тонкого листа, витки которого дистанционированы между собой. Рабочее колесо может быть закреплено на трубчатом валу с продольной прорезью для выхода в полость вала рабочего тела, отработавшего в рабочем колесе. Рационально организованное вихревое движение рабочего тела позволяет бездиссипативно использовать его энергию (аддитивно действующие в вихре силы) – и появляется возможность дополнительной подкрутки ротора. Для этого в полости вала ротора, дополнительно расположены укрепленные на его внутренней поверхности лопасти, воспринимающие кинетическую энергию пара, направляющие отработавшее рабочее тело к концам вала, а затем – и за пределы корпуса турбины. Соответствующая конструкция представлена на рис. 4.

Конструкция предусматривает корпус с круговой цилиндрической камерой, который является статором турбины. В корпусе установлен вал вращения с рабочим колесом, образующие ротор турбины. Геометрическая ось цилиндрической камеры 1 совпадает с геометрической осью вала 2. Входной патрубок 3 для впуска рабочего тела в цилиндрическую камеру расположен на боковой поверхности корпуса 4 и содержит сопло 5. Для выхода рабочего тела служит канал внутри вала 6, на котором крепится рабочее колесо турбины. Рабочее колесо образовано скручено-изогнутым прямоугольным листовым элементом 7 в виде концентрически охватывающих вал витков с контактной спиральной поверхностью трения. Линия крепления рабочего колеса параллельна сквозному проему 8, сделанному в стенке трубчатого вала 6. Фрикционная листовая поверхность (поверхность трения) рабочего колеса содержит параллельные друг другу дистанционирующие ограничительные буртики 9, которые изготовлены так, что имеют профиль в форме плоской

спирали, размеры и форма которой повторяет конфигурацию профиля спиральной свертки листового элемента ротора.

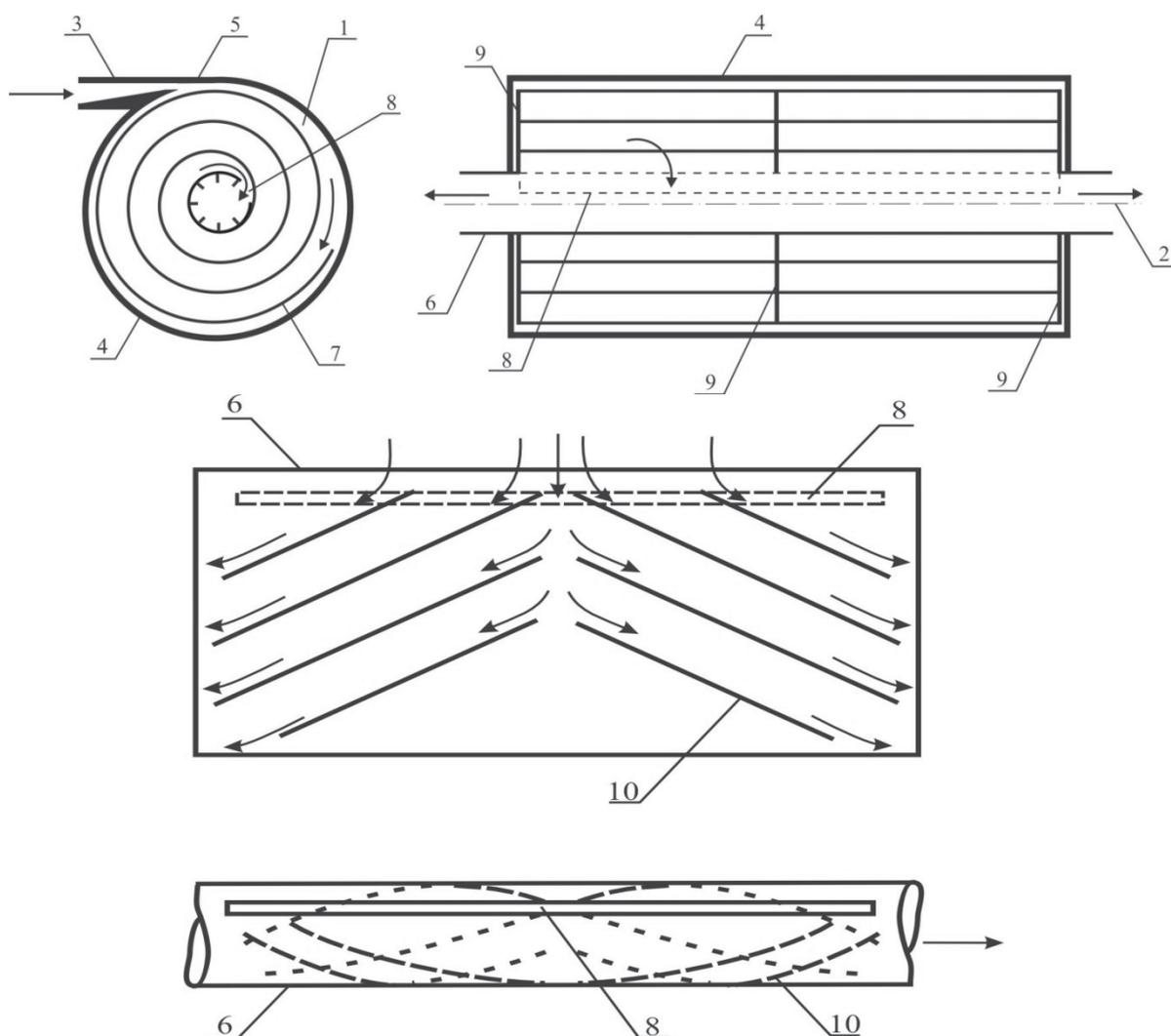


Рис. 4. Бустерная фрикционно-вихревая турбина тубопровода с дополнительным эффектом использования энергии рабочего тела

Плоскости спиралей буртиков параллельны между собой и перпендикулярны геометрической оси вала, геометрические центры этих спиралей принадлежат этой оси. Буртики являются дистанционирующими элементами (сохраняющими неизменную расстояние между витками, как того требует спираль архимеда) и придают конструкции рабочего колеса жесткость. В полости трубчатого вала, на его внутренних стенках, расположены лопастные элементы 10, которые воспринимают рабочее тело, отработавшее на поверхности трения рабочего колеса, поступившее в прорезь вала.

С учетом изложенных выше физико-математических основ, ясны принципы, на основе которых могут выполняться и другие проектные разработки в направлении дальнейшего совершенствования конструкции рабочих колес фрикционно-вихревых турбин. Это позволит рационально формировать проточную часть турбоприводов, в которых фрикционно-вихревые турбины используются в качестве бустерных, для повышения их эффективности в рамках реализации общей стратегии совершенствования насосных агрегатов обеспечения аварийной подпитки водных сред, технологически используемых на АЭС.

Исследования ориентировано на реализацию идей, предложенных профессором А. В. Королёвым в части использования фрикционно-вихревых турбин в качестве бустерных композиционных элементов турбоприводов.

### Выводы

Разработанные физико-математические основы выбора рациональной конфигурации каналов технически организованного вихревого движения потока влажного пара в рабочих колесах турбин трения, могут быть использованы как инструмент проектирования эффективных комбинированных турбоприводов, содержащих в качестве композиционных конструктивных элементов безударные бустерные фрикционно-вихревые турбины. Такие турбоприводы, усовершенствованной конструкции, в применении к насосам аварийной подпитки тепломассообменного оборудования, могут способствовать повышению безопасности АЭС благодаря надежному восполнению дефицита водных сред в условиях электрообесточивания энергоблока.

### Список литературы

1. Деревянко О. В., Королёв А. В., Погосов А. Ю. О выявлении латентных факторов, требующих превентивного срабатывания специализированной системы подпитки водных сред ЯЭУ // Энергетика та електрифікація, 2014, № 4 (368), С. 44–50.
2. Деревянко О. В., Королёв А. В., Погосов А. Ю. Предаварийные физические процессы и надежный теплоотвод в ядерных энергоустановках. Монография: Одесса, Наука и техника, 2014, – 268 с.
3. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. 3-е изд. М.: Наука, 1980. – 488 с.
4. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. – Санкт-Петербург: Лань, 2013. – 468 с.
5. Борисов А. В., Мамаев И. С., Васькина А. В. Новые относительные равновесия в системе трех точечных вихрей в круговой области и их устойчивость // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 1. – С. 119–138.
6. Борисов А. В., Мамаев И. С. Математические методы динамики вихревых структур. М.– Ижевск: НИЦ

«РХД», Инст. компьютерн. исслед., 2005. – 368 с.

7. Куракин Л. Г. Об устойчивости томсоновских вихревых конфигураций внутри круговой области // Нелинейная динамика, 2009, т. 5, № 3, С. 295–317.
8. Hampton M., Moeckel R. Finiteness of stationary configurations of the four-vortex problem // Trans.Amer. Math. Soc., 2009, vol. 361, P. 1317–1332.
9. А. В. Борисов, И. С. Мамаев Математические методы динамики вихревых структур. – Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005, 368 с.
10. Савелов А. А. Плоские кривые: Систематика, свойства, применения. Справочное руководство / Под ред. А. П. Нордена. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 296 с.
11. Патент Украины на полезную модель по заявке № u 2014 05622, решение о выдаче патента от 15.09.2014.

### Referenses

1. Деревянко О. В., Королёв А. В., Погосов А. Ю. О выявлении латентных факторов, требующих превентивного срабатывания специализированной системы подпитки водных сред ЯЭУ // Энергетика та електрифікація, 2014, № 4 (368), С. 44–50.
2. Деревянко О. В., Королёв А. В., Погосов А. Ю. Предаварийные физические процессы и надежный теплоотвод в ядерных энергоустановках. Монография: Одесса, Наука и техника, 2014, – 268 с.
3. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. 3-е изд. М.: Наука, 1980. – 488 с.
4. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. – Санкт-Петербург: Лань, 2013. – 468 с.
5. Борисов А. В., Мамаев И. С., Васькина А. В. Новые относительные равновесия в системе трех точечных вихрей в круговой области и их устойчивость // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 1. – С. 119–138.
6. Борисов А. В., Мамаев И. С. Математические методы динамики вихревых структур. М.– Ижевск: НИЦ «РХД», Инст. компьютерн. исслед., 2005. – 368 с.
7. Куракин Л. Г. Об устойчивости томсоновских вихревых конфигураций внутри круговой области // Нелинейная динамика, 2009, т. 5, № 3, С. 295–317.
8. Hampton M., Moeckel R. Finiteness of stationary configurations of the four-vortex problem // Trans.Amer. Math. Soc., 2009, vol. 361, P. 1317–1332.
9. А. В. Борисов, И. С. Мамаев Математические методы динамики вихревых структур. – Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005, 368 с.
10. Савелов А. А. Плоские кривые: Систематика, свойства, применения. Справочное руководство / Под ред. А. П. Нордена. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 296 с.
11. Патент Украины на полезную модель по заявке № u 2014 05622, решение о выдаче патента от 15.09.2014.