

УДК 564 - 765

**Христо Павло Євгенович**, спеціаліст, асист. кафедри «Електромеханічні системи з комп'ютерним управлінням»

Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса, Україна. Проспект Шевченко, 1, м. Одеса, Україна, 65044. Тел. +38-097-009-01-77. E-mail: [hrstpvl@mail.ru](mailto:hrstpvl@mail.ru)

### ОПТИМІЗАЦІЯ ЕНЕРГОСПОЖИВАННЯ ВІДЦЕНТРОВОЇ МАШИНИ В НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМАХ В ОБМЕЖЕНІЙ ОБЛАСТІ ЗМІНИ ЗМІННИХ

*Приводиться точне рішення задачі оптимізації за критерієм мінімуму енергії, споживаної відцентровою машиною в динамічних режимах, які виникають під дією інерційного напору в одноконтурній гідравлічній мережі, в обмеженій області зміни подачі і частоти обертання. Проведено аналіз отриманого рішення на підставі конкретного прикладу. Сформульовано вимоги до електроприводу відцентрової машини відповідно до знайдених законів оптимального керування.*

**Ключові слова:** оптимальне керування, критерій оптимальності, енергозбереження, варіаційна задача, відцентрова машина, одноконтурна гідравлічна мережа, інерційний напір, обмежена область, регульований електропривод.

**Христо Павел Евгеньевич**, специалист, асс. кафедры «Электромеханические системы с компьютерным управлением»

Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса, Украина. Проспект Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044. Тел. +38-097-009-01-77. E-mail: [hrstpvl@mail.ru](mailto:hrstpvl@mail.ru)

### ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МАШИНЫ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ

*Приведено точное решение задачи оптимизации по критерию минимума энергии, потребляемой центробежной машиной в динамических режимах, возникающих под действием инерционного напора в одноконтурной гидравлической сети, в ограниченной области изменения подачи и частоты вращения. Проведен анализ полученного решения на основании конкретного примера. Сформулированы требования к электроприводу центробежной машины в соответствии с найденными законами оптимального управления.*

**Ключевые слова:** оптимальное управление, критерий оптимальности, энергосбережение, вариационная задача, центробежная машина, одноконтурная гидравлическая сеть, инерционный напор, ограниченная область, регулируемый электропривод.

**Hristo Pavel Evgenevich**, specialist, teaching fellow of the department of the Electromechanical Systems with Computer Control

Odesa national polytechnic university, Odesa, Ukraine. Ave. Shevchenko, 1, Odesa, Ukraine, 65044. Tel. +38-097-009-01-77. E-mail: [hrstpvl@mail.ru](mailto:hrstpvl@mail.ru)

### AN ENERGY CONSUMPTION OPTIMIZATION OF CENTRIFUGAL MACHINE IN DYNAMIC MODES IN THE LIMITED AREA OF VARIABLES CHANGES

*An exact decision over of optimization task on the criterion of energy minimum is brought, by a consumable centrifugal machine in the dynamic modes, arising up under the action of inertia pressure in an onecontour hydraulic network, in the limited area of serve and rotation speed change. It is shown that in the limited area of serve change and rotation speed of centrifugal machine driving wheel the mathematical model of controlled object can be simplified by approximation of curvilinear working descriptions the lines of level. On the simplified model the optimal law of control is found by a machine as an exact decision of corresponding variation task and law of alternative control. At identical border terms on two variants of control the analysis of decision is conducted on the basis of concrete example, when as a prototype the serial centrifugal machine 2D2000-21a is examined. The estimation of pressure static losses size influence is done on character of the investigated processes. Requirements are formulated to the electric drive of centrifugal machine under the found law of optimal control by rotation speed of driving wheel.*

**Keywords:** optimal control, criterion of optimality, energy-savings, variation task, centrifugal machine, onecontour hydraulic network, inertia pressure, limited area, controlled electromechanic.

#### Введение

На сегодняшний день известно, что свыше 50 % от всей потребляемой электроэнергии приходится на долю электропривода, причем до 40 % от этой величины затрачивается на совместную работу с турбомеханизмами [1]. Значительная часть применяемых турбомашин представлена различного рода нагнетателями, наибольший процент среди которых относится к центробежным машинам. Такая статистика свидетельствует о том, что развитие

энергосберегающих технологий в сфере электрифицированных гидромеханических систем является актуальной задачей. Вместе с тем, принимая во внимание высокий уровень развития новейших цифровых систем управления, электронной преобразовательной техники, электрических устройств и машин в целом, можно заключить, что электромеханическая часть многих объектов управления может по праву считаться достаточно совершенной как с точки зрения управляемости, так и с точки зрения энергетической эффективности. Поэтому современные задачи оптимизации становятся все более актуальными не только и не столько в отношении самих электроприводов, как обособленных, уединенных объектов управления, сколько по отношению к техническим системам в целом, а также к технологическим процессам, реализуемым с их помощью. В сложные комплексы с многократным преобразованием энергии в различные виды электромеханическая система должна органично встраиваться, как внутренняя функционально завершенная подсистема. В связи с этим в настоящей работе в основном уделяется внимание особенностям рабочих режимов именно гидромеханической части объекта управления, допускающей улучшение показателей энергетической эффективности технологического процесса за счет управления электроприводом.

Следует отметить, что к настоящему времени получены многочисленные теоретические и практические результаты в области проектирования и расчета, а также монтажа, наладки и эксплуатации центробежных машин, широко применяемых во многих областях народного хозяйства. У истоков развития теории центробежных механизмов стоит выдающийся ученый, математик и механик, член Петербургской Академии наук, создатель вариационного исчисления Леонард Эйлер (1707–1783), разработавший элементарную струйную теорию центробежного колеса с бесконечным числом лопастей. Эта теория, будучи дополненной и расширенной благодаря усилиям других авторов, применяется в инженерной практике, и по сей день [2].

Центробежные насосы широко используются для транспорта жидких сред в системах тепло- и водоснабжения, в ирригационных системах орошения и осушения, насосных станциях систем удаления сточных и ливневых вод, в различных объектах энергетической, пищевой, химической и нефтеперерабатывающей промышленности, а также в судостроении [2, 3]. Перекачиваемые жидкости в общем случае могут характеризоваться различной вязкостью и степенью агрессивности. Значительная часть центробежных насосов предназначена для перемещения воды в городских сетях горячего и холодного водоснабжения, а также в системах централизованного отопления. Вместе с тем достаточно широкое применение эти машины нашли в системах по перемещению различного ценного сырья, пребывающего в жидком агрегатном состоянии, такого, как например, сырая нефть или жидкие нефтепродукты. Так, на большинстве танкеров в качестве грузовых насосов используются как раз насосы центробежного типа [3]. Важно отметить, что во многих случаях установившийся режим работы центробежных насосов общего назначения является для них основным, при этом длительность гидравлических переходных процессов, как правило, оказывается несоизмеримо малой по сравнению с общим временем работы машины в технологическом цикле. Вероятно, в основном по этой причине вопросы анализа нестационарных процессов, протекающих в гидравлических сетях с центробежными машинами, освещены в литературе не столь подробно, как это сделано для установившихся режимов работы таких систем. В этой связи исследование переходных процессов применительно к лопастным машинам во многих книгах ограничивается рассмотрением условий возникновения такого явления, как помпаж, а применительно к поршневым машинам – рассмотрением преимущественно квазиустановившегося режима их работы [4]. И хотя за последнее время интерес к динамике насосных установок значительно возрос, исследования в этой области большей частью направлены на выявление причин, разработку способов по предотвращению, а также методов борьбы с последствиями аварийных ситуаций, возникающих при исчезновении питания электропривода, происхождении гидравлических ударов или появлении течей в трубопроводах [1, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. Однако

есть, хотя и не столь многочисленны, но все же достаточно востребованные гидротранспортные системы, предназначенные для безаварийной работы с большими подачами жидкости за относительно малое время и реализующие сравнительно большое число пусков и остановов насосных агрегатов в единицу времени. К таковым можно отнести, например, балластные системы на судах, так как в отношении их достаточно часто предъявляется требование по оперативному перемещению балластной жидкости при перераспределении веса судна во время погрузки и выгрузки контейнеров и других грузов, в том числе и жидких [3]. Аналогичными условиями эксплуатации характеризуются насосы и других судовых систем.

**Цель работы** – выполнить исследование гидравлических переходных процессов в одноконтурной сети с центробежной машиной, возникающих под влиянием инерционного напора, проверить возможность и целесообразность оптимизации соответствующих динамических режимов по критерию минимального потребления энергии в ограниченной области изменения подачи и частоты вращения рабочего колеса машины. Сформулировать требования к электроприводу насосной установки с позиций оптимального управления.

#### Материалы исследований. Математическая модель объекта управления

Известно, что гидравлические сети могут иметь самую различную конфигурацию. В общем случае в их состав может входить несколько взаимосвязанных гидравлических контуров, с одним и более насосами, а также элементы вспомогательной арматуры. Однако ввиду чрезвычайного многообразия всех возможных вариантов конфигурации применяемых на практике сетей в этой работе с целью проведения анализа общих закономерностей гидравлических переходных процессов ограничимся рассмотрением наиболее простой одноконтурной гидравлической сети с одним центробежным насосом. Соответствующая функциональная схема может быть принята, как базовая. Она наиболее часто встречается в литературе и служит отправной точкой для введения основных понятий и получения наиболее общих расчетных соотношений применительно к насосным установкам [2, 3, 4]. Общий вид ее представлен на рис. 1.

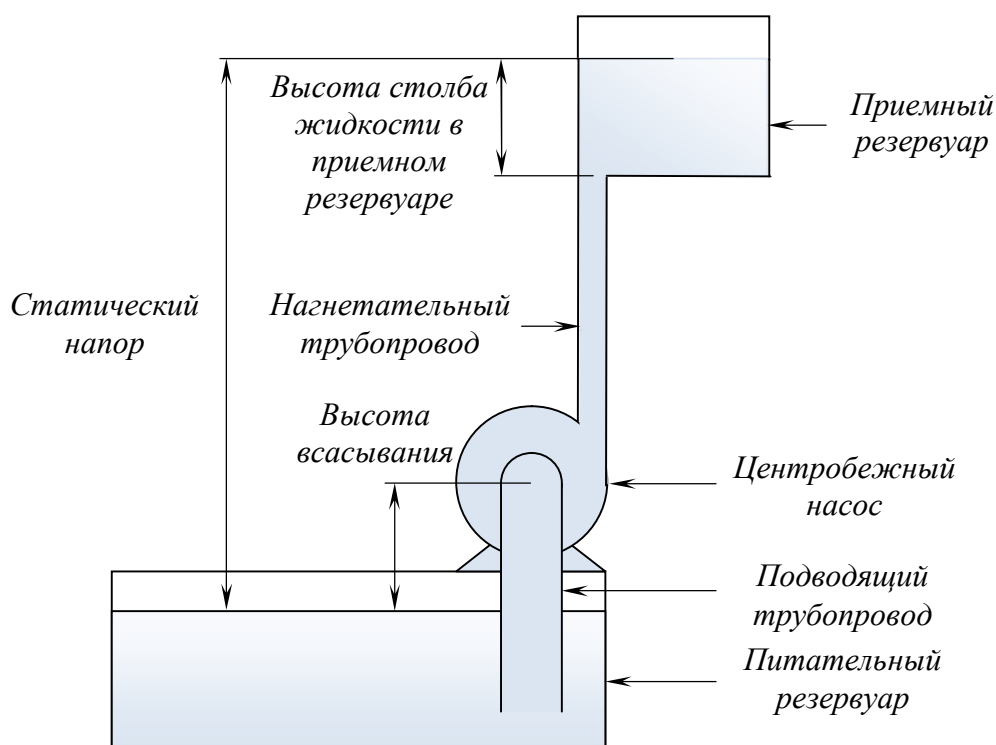


Рис. 1. Функциональная схема одноконтурной гидравлической сети с центробежным насосом

При построении математической модели объекта управления был сделан целый ряд важных допущений [9]. Так, величина уровня жидкости в питательном резервуаре принята

неизменной с течением времени. Кроме того, наибольшая высота столба жидкости в приемном резервуаре считается величиной много меньшей по сравнению с разностью уровней между дном приемного резервуара и поверхностью жидкости в питательном резервуаре, что позволяет величину статического напора также рассматривать, как постоянную. Высотой всасывания и протяженностью подводящего трубопровода пренебрежем в предположении малости этих величин, что избавит от необходимости проверки условий по отсутствию кавитации в установившемся режиме. Кроме этого будем полагать, что инерционный напор в основном формируется в напорном трубопроводе, а во всасывающем трубопроводе и в резервуарах инерционные свойства перемещаемой среды проявляются слабо и их можно не учитывать. Тогда в силу сделанного допущения заключаем, что и в динамических режимах кавитации быть не должно. Также будем считать, что точка забора жидкости находится достаточно низко по сравнению с отметкой зеркала в питательном резервуаре. Тем самым исключается возможность образования воронки в резервуаре, способной приводить к срыву работы насосного агрегата вследствие прохвата воздуха [11]. И, наконец, будем считать, что статическое давление, оказываемое на поверхность жидкости, как в питательном, так и в приемном резервуаре равно атмосферному давлению.

Принимая во внимание все сделанные допущения, можно представить следующую систему уравнений, легшую в основу математической модели объекта управления:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dm_{RES}}{dt} &= Q \\ \frac{1}{p_{IN}} \frac{dQ}{dt} &= a_{\Sigma} Q^2 + (b_H n_r - b_S) Q + c_H n_r^2 - c_S \\ N_{\Sigma} &= a_N Q^3 + (b_N Q^2 + \Delta N_{SB}) n_r + (c_N Q + \Delta N_B) n_r^2 + d_N n_r^3 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $m_{RES}$  – текущее значение массы жидкости, пребывающей в приемном резервуаре в заданный момент времени  $t$ ;

$Q$  – мгновенная подача центробежной машины;

$p_{IN} = g \rho_W s_P / l_P$  – параметр, учитывающий инерционные свойства напорного трубопровода, имеющий размерность давления, причем  $g$  – ускорение свободного падения;

$\rho_W$  – плотность перемещаемой жидкости;

$s_P, l_P$  – площадь поперечного сечения и длина напорного трубопровода;

$a_{\Sigma} = a_H - a_S$  – приведенный коэффициент динамической составляющей инерционного напора, пропорциональной квадрату подачи;

$a_H, b_H, c_H$  – коэффициенты полиномиальной аппроксимации кривой напора центробежной машины, соответствующей номинальной частоте вращения рабочего колеса;

$n_r$  – относительная частота вращения рабочего колеса;

$a_S, b_S, c_S$  – коэффициенты полиномиальной аппроксимации гидравлической характеристики сети;

$N_{\Sigma}$  – потребляемая мощность центробежной машины;

$a_N, b_N, c_N, d_N$  – коэффициенты полиномиальной аппроксимации кривой внутренней мощности, соответствующей номинальной частоте вращения рабочего колеса;

$\Delta N_{SB}, \Delta N_B$  – потери мощности в сальниках и подшипниках машины, имеющие место при номинальной частоте вращения рабочего колеса. При дальнейшем анализе эти величины приняты равными нулю в предположении того, что они являются величинами второго порядка малости по сравнению с величиной внутренней мощности [2].

**Упрощенная модель объекта управления** может быть получена с учетом некоторых

допущений относительно режимов работы центробежной машины. В частности, будем полагать, что при фиксированном значении частоты вращения рабочего колеса мгновенная подача в любой момент времени не выходит за границы интервала, в котором напор и потребляемая мощность могут быть приближенно, но с достаточной степенью точности, приняты как постоянные величины. В этой связи также следует обратить внимание на то, что наибольшее значение гидравлической мощности, определяемое верхней границей интервала подачи, не должно превосходить величины потребляемой мощности при фиксированном значении частоты вращения. Несоблюдение последнего условия ведет к необходимости рассмотрения турборежима центробежной машины, который в случае модели, описываемой системой (1), наступает далеко за пределами тех участков рабочих характеристик, где возможна их аппроксимация в виде постоянных с приемлемой точностью. Вообще говоря, даже модель, соответствующая системе (1), не является пригодной к описанию турборежимов, потому что в основу ее положены номинальные рабочие характеристики, полученные при испытании машины только в насосном режиме. Вместе с тем, большинство центробежных машин, выпускаемых промышленностью и рассчитанных на работу в качестве нагнетателей, не обладает выраженным свойством обратимости и реверсивности. И хотя работа в качестве турбины принципиально не противоречит их конструкции, тем не менее, в таких условиях эксплуатации сильно ухудшаются основные показатели, в частности КПД [3]. Таким образом, область изменения подачи и частоты вращения в рамках упрощенной модели объекта управления является ограниченной, что аналитически выражается с помощью двойного неравенства:

$$\frac{gH_p Q}{N_p n_r} \leq \frac{gH_p Q_{n_{\max}}}{N_p} \leq 1, \quad (2)$$

где  $H_p$ ,  $N_p$  – это постоянный напор и потребляемая мощность центробежной машины при номинальной частоте вращения рабочего колеса, величины, получаемые в результате аппроксимации криволинейных рабочих характеристик прямыми уровня на отрезке изменения подачи  $Q \in [0; Q_{n_{\max}}]$ , причем  $Q_{n_{\max}}$  – верхняя граница этого отрезка, определяемая по условиям требуемой точности аппроксимации и сохранения насосного режима работы. Неравенство (2) удобно анализировать, введя понятие ограничительной характеристики, выражающей зависимость предельного значения подачи от частоты вращения рабочего колеса в относительных единицах. Такая характеристика имеет прямолинейный вид и проходит через начало координат, ее уравнение следует из неравенства (2):

$$Q_{\max} = Q_{n_{\max}} n_r, \quad (3)$$

где  $Q_{\max}$  – это предельная подача при относительной частоте вращения  $n_r$ .

В этом случае область допустимых значений подачи и относительной частоты вращения рабочего колеса, являющихся по физическим соображениям также неотрицательными величинами, графически можно представить, как геометрическое место точек, заключенных между положительной полуосью частоты вращения и, собственно, ограничительной характеристикой. При исследовании гидравлических переходных процессов в рамках предложенной математической модели необходимо следить за тем, чтобы в каждый момент времени неравенство (2) выполнялось.

Кроме аппроксимации рабочих характеристик центробежной машины постоянными величинами упростим задачу, приняв, что динамические потери напора в сети отсутствуют. Это допущение становится справедливым в том случае, когда протяженность трубопровода относительно невелика, проходное сечение, напротив, является достаточно большим, а подача изменяется в сравнительно узком диапазоне.

Таким образом, можно записать более простую систему уравнений, положенную в основу упрощенной модели, пригодной к описанию поведения центробежной машины, работающей на сеть только со статическими потерями напора, в ограниченной области

изменения подачи и частоты вращения рабочего колеса:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dm_{RES}}{dt} &= Q \\ \frac{dQ}{dt} &= p_{IN} (H_p n_r^2 - H_s) \\ N &= N_p n_r^3 \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где  $H_s$  – это статический напор сети.

Полученная модель, описываемая системой (4), учитывает хорошо известные расчетные соотношения, характерные практически для всех лопастных гидравлических машин, которые носят название законов пропорциональности.

**Задача оптимального управления** объектом, описываемым системой уравнений (4), формулируется следующим образом: обеспечить необходимую интегральную подачу жидкости в приемный резервуар  $m_{RES\Delta}$  в течение заданного промежутка времени  $T$ , так чтобы в конечный момент времени мгновенная подача равнялась заданному граничному значению  $Q_2$ , а механическая работа  $A$ , производимая приводным двигателем в течение времени  $T$ , достигала бы своего минимального значения. При этом считаем, что известно начальное значение мгновенной подачи  $Q_1$ . Таким образом, критерий оптимальности задачи соответствует минимизации интегрального функционала, выражающего величину механической работы, совершаемой приводным двигателем в течение заданного промежутка времени:

$$A = \int_0^T N(t) dt = N_p \int_0^T n_r^3 dt. \quad (5)$$

Важно отметить, что в идеализированном случае, когда частотно-регулируемый привод центробежной машины является безынерционным и к тому же характеризуется неизменной величиной КПД в любой момент времени, критерий минимума механической работы, производимой двигателем за время  $T$ , становится равносильным критерию минимума расхода электроэнергии, потребленной преобразователем из сети, потому что ее величина при этом равна

$$W = A / (\eta_{FC} \eta_{AM}), \quad (6)$$

где  $W$  – интегральный расход электроэнергии;

$\eta_{FC}$ ,  $\eta_{AM}$  – КПД преобразователя и асинхронной машины, соответственно.

Предположение о неизменности КПД асинхронной машины в установившемся режиме в известной мере будет верно в том случае, если рабочая точка находится в пределах рабочего участка статической механической характеристики, соответствующей данной частоте питающего напряжения. Этого можно достичь путем формирования определенного закона скалярного частотного управления угловой скоростью ротора, устанавливающего связь между частотой и амплитудой напряжения питания по условию сохранения неизменной перегрузочной способности электрической машины [12].

Сформулированная задача оптимального управления представляет собой вариационную задачу на разыскание условного экстремума функционала (5) при наличии двух дополнительных связей, – дифференциальной в виде второго уравнения системы (4) и изопериметрической, получаемой в результате интегрирования первого уравнения этой же системы:

$$m_{RES\Delta} = \int_0^T Q(t) dt. \quad (7)$$

Решение рассматриваемой вариационной задачи, было получено классическим методом [13, 14, 15]. Приведем его в общем виде далее, записав как систему уравнений,

описывающих оптимальные законы изменения основных координат объекта управления с течением времени:

$$\left. \begin{aligned} n_r &= n_{r1} + \frac{2}{3} \frac{H_p}{N_p} \lambda_1 p_{IN} t \\ Q &= Q_1 - H_s p_{IN} t + \frac{1}{2} \frac{N_p}{\lambda_1} (n_r^3 - n_{r1}^3) \\ m_{RES} &= \left( Q_1 - \frac{1}{2} \frac{N_p}{\lambda_1} n_{r1}^3 \right) t - \frac{H_s p_{IN}}{2} t^2 + \frac{3}{16} \frac{N_p^2}{H_p \lambda_1^2 p_{IN}} (n_r^4 - n_{r1}^4) \\ A &= \frac{3}{8} \frac{N_p^2}{H_p \lambda_1 p_{IN}} (n_r^4 - n_{r1}^4) \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где  $n_{r1}$  – начальное значение относительной частоты вращения рабочего колеса центробежной машины, определяемое по формуле:

$$n_{r1} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{3b_m - 2b_q - \sqrt{(3b_m - 2b_q)^2 - 12(b_m - b_q)^2}}; \quad (9)$$

$\lambda_1$  – неопределенный постоянный множитель Лагранжа, введенный в рассмотрение при формировании функции Лагранжа вариационной задачи вследствие наложения изопериметрической связи (7), рассчитываемый по формуле:

$$\lambda_1 = \frac{3}{2} \frac{N_p}{H_p} \frac{1}{p_{IN} T} \left( \frac{b_m - b_q}{n_{r1}} - 3n_{r1} \right); \quad (10)$$

$b_m, b_q$  – постоянные, которые вычисляются по известным граничным условиям, налагаемым на соответствующие координаты объекта управления, так:

$$b_m = \frac{6}{H_p} \frac{2(m_{RES\Delta} - Q_1 T) + H_s p_{IN} T^2}{p_{IN} T^2}; \quad (11)$$

$$b_q = \frac{3}{H_p} \frac{Q_2 - Q_1 + H_s p_{IN} T}{p_{IN} T}. \quad (12)$$

Заметим, что выражение (9) для расчета начального значения частоты вращения рабочего колеса  $n_{r1}$  получено в результате решения биквадратного уравнения. При этом посторонний корень, соответствующий знаку плюс перед внутренним радикалом в этом выражении был отброшен по условиям неотрицательности граничных значений относительной частоты вращения.

Для оценки эффективности оптимального управления был выполнен расчет и сравнительный анализ по различным показателям, в частности по величине производимой электродвигателем механической работы, гидравлического переходного процесса в одноконтурной сети, когда частота вращения рабочего колеса изменяется по оптимальному закону и когда эта же величина меняется по кусочно-линейному закону. Последний способ управления предполагает, что приводной двигатель работает с постоянной частотой вращения в течение времени, меньшего, чем установленное время оптимального переходного процесса, а по истечении этого времени отключается и остается неподвижным, пока процесс не окончится. Таким образом, выполнение заданных граничных условий достигается благодаря правильному подбору значения постоянной частоты вращения рабочего колеса и времени отключения двигателя.

Анализ описанного прямоугольного закона изменения частоты вращения позволил получить временные зависимости для основных координат объекта управления, аналогичные тем, которые вошли в систему (8). Приведем их также в виде единой системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} n_r &= \begin{cases} n_{r0}, 0 \leq t \leq T_0 \\ 0, T_0 < t \leq T \end{cases} \\ Q &= \begin{cases} Q_1 + p_{IN} (H_p n_{r0}^2 - H_s) t, 0 \leq t \leq T_0 \\ Q_0 - p_{IN} H_s (t - T_0), T_0 < t \leq T \end{cases} \\ m_{RES} &= \begin{cases} Q_1 t + 0,5 p_{IN} (H_p n_{r0}^2 - H_s) t^2, 0 \leq t \leq T_0 \\ m_{RES0} + Q_0 (t - T_0) - 0,5 p_{IN} H_s (t - T_0)^2, T_0 < t \leq T \end{cases} \\ A &= \begin{cases} N_p n_{r0}^3 t, 0 \leq t \leq T_0 \\ A_0, T_0 < t \leq T \end{cases} \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

где  $n_{r0}$  – постоянное значение относительной частоты вращения рабочего колеса, вычисляемое с помощью формулы:

$$n_{r0} = \sqrt{\frac{Q_2 - Q_1 + p_{IN} H_s T}{p_{IN} H_p T_0}}; \quad (14)$$

$T_0$  – время работы с постоянной частотой вращения, равное:

$$T_0 = \frac{2(m_{RES0} - Q_2 T) - p_{IN} H_s T^2}{Q_1 - Q_2 - p_{IN} H_s T}; \quad (15)$$

$Q_0$  – мгновенная величина подачи в момент отключения двигателя, равная:

$$Q_0 = Q_1 + p_{IN} (H_p n_{r0}^2 - H_s) T_0; \quad (16)$$

$m_{RES0}$  – масса жидкости, находящейся в приемном резервуаре в момент отключения двигателя, величина, определяемая по формуле:

$$m_{RES0} = Q_1 T_0 + 0,5 p_{IN} (H_p n_{r0}^2 - H_s) T_0^2; \quad (17)$$

$A_0$  – механическая работа, производимая приводным двигателем за время  $T_0$ , величина, которую можно найти на основании выражения:

$$A_0 = N_p n_{r0}^3 T_0. \quad (18)$$

Важно отметить, что, в случае, когда граничные условия, налагаемые на мгновенную величину подачи, являются нулевыми, нетривиальное решение поставленной задачи может быть получено лишь при наличии статических потерь напора. Это объясняется тем, что в рамках предложенной упрощенной модели объекта управления напор, развиваемый центробежной машиной, может принимать лишь неотрицательные значения, поэтому снижение подачи становится возможным только под действием статического напора сети.

Кроме расчета по основным уравнениям (8) и (13), представляет интерес вычисление таких физических величин, как напор, мгновенная мощность и момент на валу центробежной машины. Выражения для этих величин в обоих случаях идентичны и записываются так:

$$H = H_p n_r^2; \quad (19)$$

$$N = N_p n_r^3; \quad (20)$$

$$M = 30N / (\pi n_r n_{nom}), \quad (21)$$

где  $n_{nom}$  – это номинальная частота вращения рабочего колеса машины.

Для примера далее рассмотрена центробежная машина двустороннего входа 2Д2000-21а. В рамках ее упрощенной модели проведен расчет полученных законов управления по двум описанным выше вариантам.

Паспортные рабочие характеристики этой машины [16] представлены на рис. 2. На этом же рисунке добавлены аппроксимирующие прямолинейные характеристики,



полученные путем усреднения величины напора и мощности в заданных границах изменения подачи. Предельное значение подачи при номинальной частоте вращения рабочего колеса  $n_{ном} = 730 \text{ об/мин}$  по условию достижения желаемой точности аппроксимации принято равным  $Q_{лmax} = 825 \text{ м}^3/\text{ч} = 229,167 \text{ кг/с}$ , что также не противоречит условию сохранения насосного режима работы машины, поскольку неравенство (2) принимает в этом случае вид

$$0,00413Q/n_r \leq 0,946 < 1.$$

Характеристика насоса (агрегата) 2Д2000-21  
 Частота вращения  $12,2 \text{ с}^{-1}$  ( $n=730 \text{ об/мин}$ )  
 Жидкость – вода, плотностью  $1000 \text{ кг/м}^3$   
 \* – данные для насоса

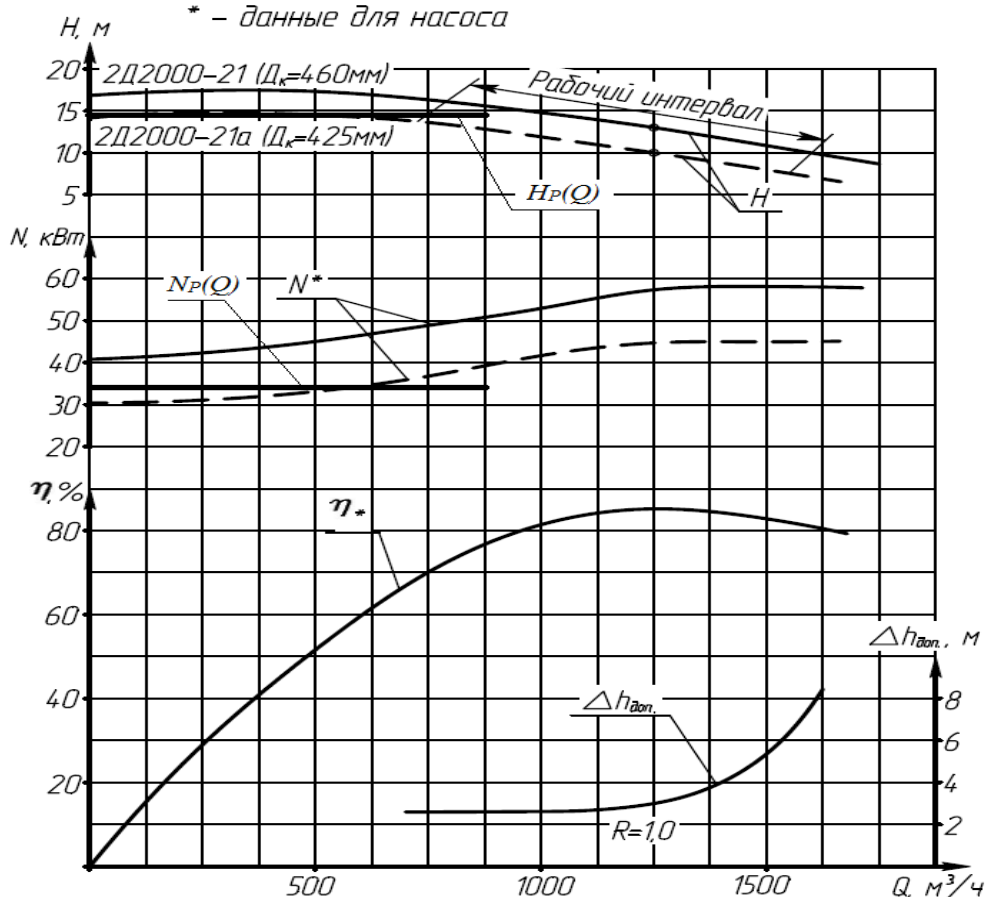


Рис. 2. Рабочие характеристики центробежной машины 2Д2000-21а

Таким образом, в результате аппроксимации паспортных рабочих характеристик приняли к расчету постоянную величину напора  $H_p = 14,1 \text{ м}$  и мощности  $N_p = 33,5 \text{ кВт}$ . Диаметр трубопровода соответствует диаметру проходного сечения отвода машины,  $d_p = 0,4 \text{ м}$ , а протяженность его взята  $l_p = 210 \text{ м}$ . Граничные значения подачи приняты равными нулю, то есть  $Q_1 = Q_2 = 0$ . Масса перемещаемой жидкости (воды)  $m_{RES\Delta} = 1800 \text{ кг}$ . Время работы центробежной машины  $T = 15 \text{ с}$ .

Рассматриваемые процессы были рассчитаны при нескольких различных значениях статического напора сети, а именно  $H_s = \{12; 14; 16\} \text{ м}$ . Сравнительный анализ показал, что кривые переходных процессов по соответствующим координатам не имеют каких-либо качественных различий при изменении величины статических потерь напора. Поэтому далее на рис. 3...8 приведены графики переходных процессов во времени по интересующим координатам объекта управления только при одном значении статического напора сети  $H_s = 14 \text{ м}$ , которое менее всего отличается от величины  $H_p$ . Кроме того при  $H_s = 14 \text{ м}$  по

результатам расчета средняя за цикл потребляемая мощность центробежной машины оказалась наиболее близка по величине к  $N_p$ . Везде цифрой 1 отмечены решения, соответствующие оптимальному закону управления (8), а цифрой – 2 временные зависимости для тех же координат, но соответствующие прямоугольному закону изменения частоты вращения рабочего колеса (13).

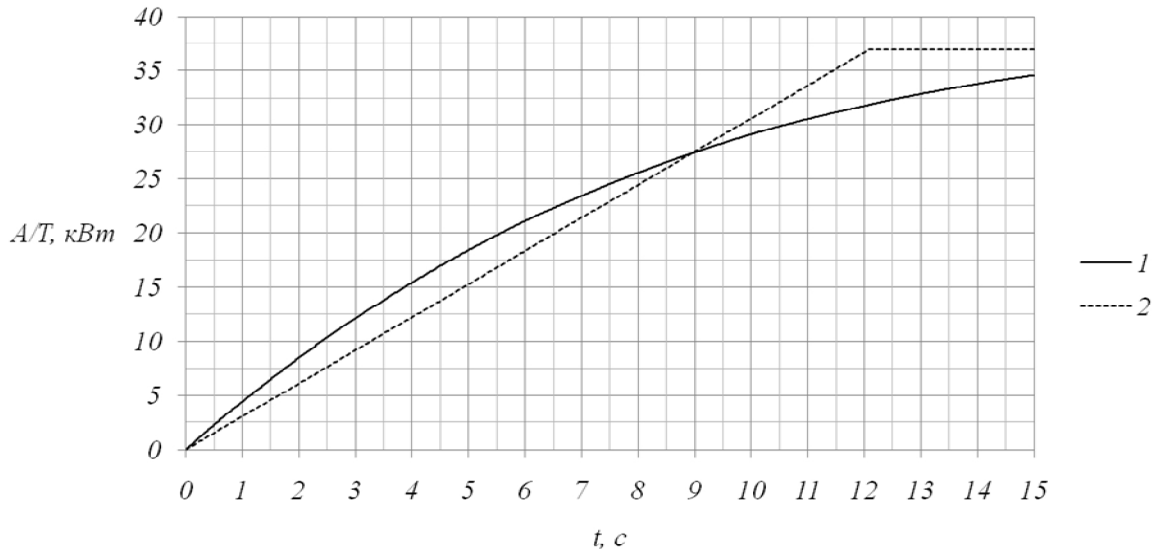


Рис. 3. Графики переходных процессов изменения механической работы, отнесенной к величине времени цикла

Из графиков, изображенных на рис. 3, видно, что механическая работа, отнесенная ко времени цикла, иначе говоря, средняя мощность за цикл, в случае оптимального управления заметно меньше.

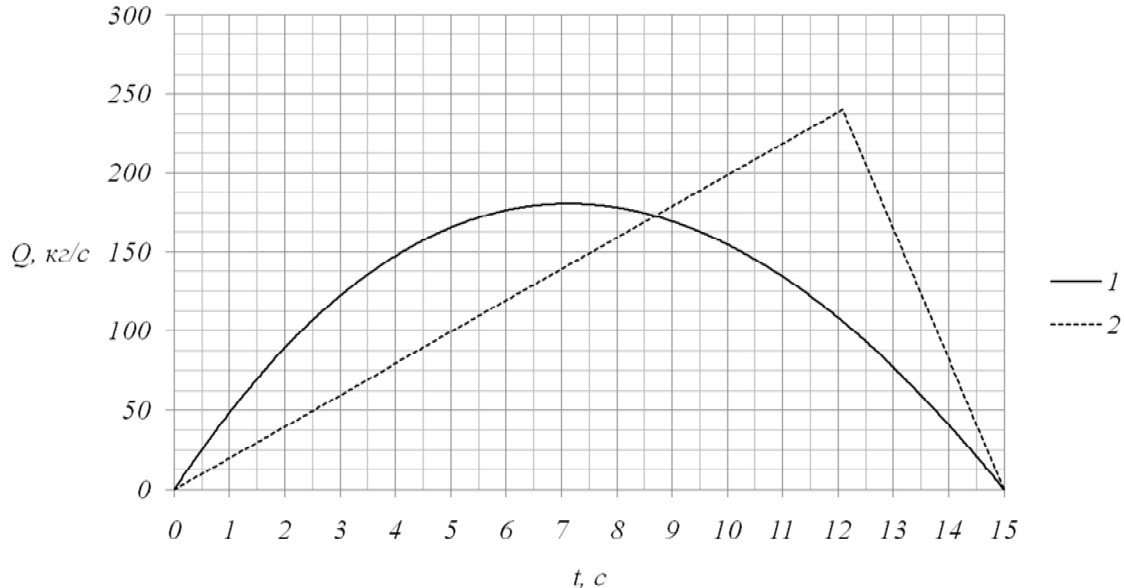


Рис. 4. Переходные процессы изменения мгновенной подачи

Кривая, соответствующая оптимальному закону управления, имеет монотонно возрастающий гладкий характер, а на кривой альтернативного управления имеется излом и прямолинейный участок, где линия графика параллельна оси времени, то есть характер этой функции – не убывающий, кусочно-гладкий.

Из графиков на рис. 4 видно, что граничные условия, налагаемые на мгновенную величину подачи, выполняются. Характерно, что при оптимальном управлении кривая подачи не имеет излома (гладкая кривая), а максимальное значение подачи заметно меньше, чем при альтернативном управлении.

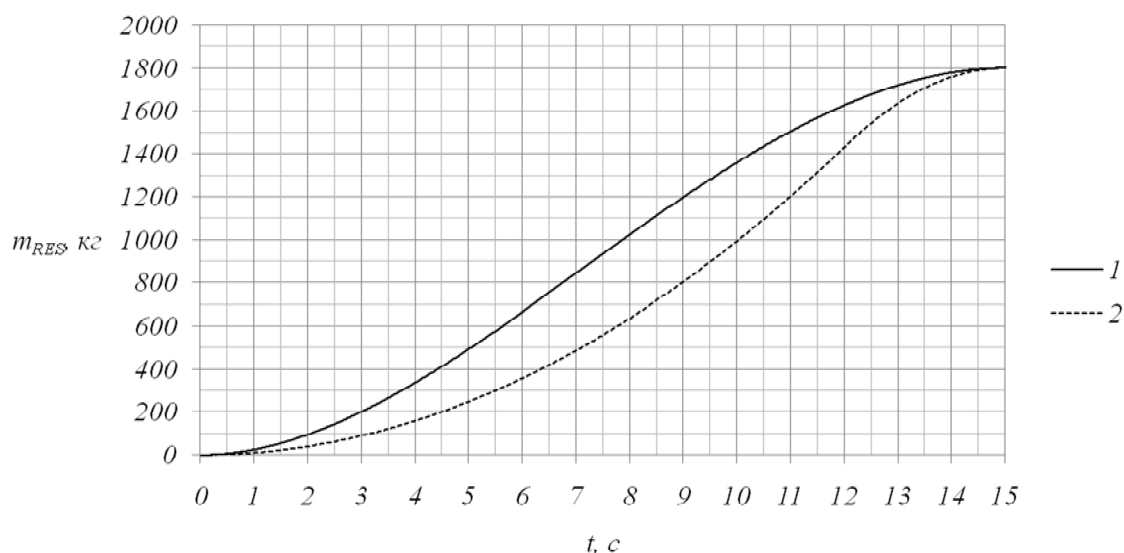


Рис. 5. Графики переходных процессов изменения интегральной подачи

Из графиков на рис. 5 видно, что граничные условия, налагаемые на интегральную величину подачи, выполняются. Интересно, что темп нарастания интегральной подачи при оптимальном управлении на начальном участке работы выше, чем при альтернативном управлении, а на конечном участке, наоборот интегральная подача при альтернативном управлении растет более стремительно, чем при оптимальном.

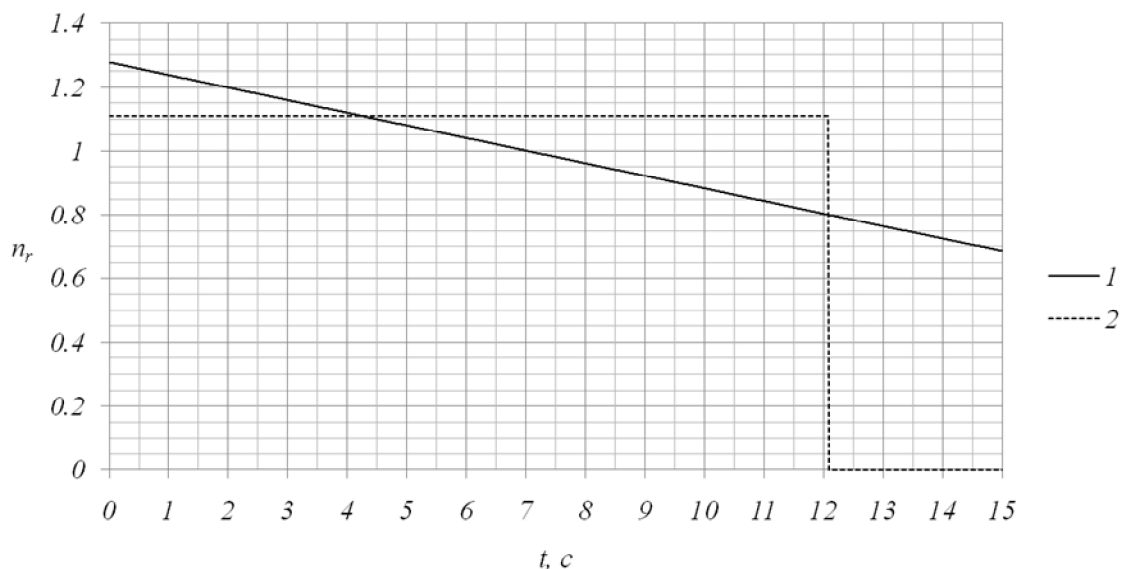


Рис. 6. Графики переходных процессов изменения относительной частоты вращения

На рис. 6 видно, что относительная частота вращения рабочего колеса при оптимальном управлении, претерпевает скачкообразное изменение в начальный и конечный момент, причем в начальный момент имеет место максимум частоты вращения, а далее она убывает в линейной зависимости от времени. Начальное значение частоты вращения при оптимальном управлении заметно выше, чем при альтернативном управлении.

На рис. 7 и рис. 8 видно, что при оптимальном управлении момент и напор, развиваемый центробежной машиной, тоже претерпевают скачкообразное изменение в начальный и конечный момент, причем в начальный момент имеет место максимум момента и напора, а в дальнейшем эти величины монотонно убывают с течением времени. Указанные максимумы заметно превышают аналогичные величины, соответствующие случаю альтернативного управления. В отличие от частоты вращения рабочего колеса временные зависимости для рассматриваемых координат объекта управления являются нелинейными.

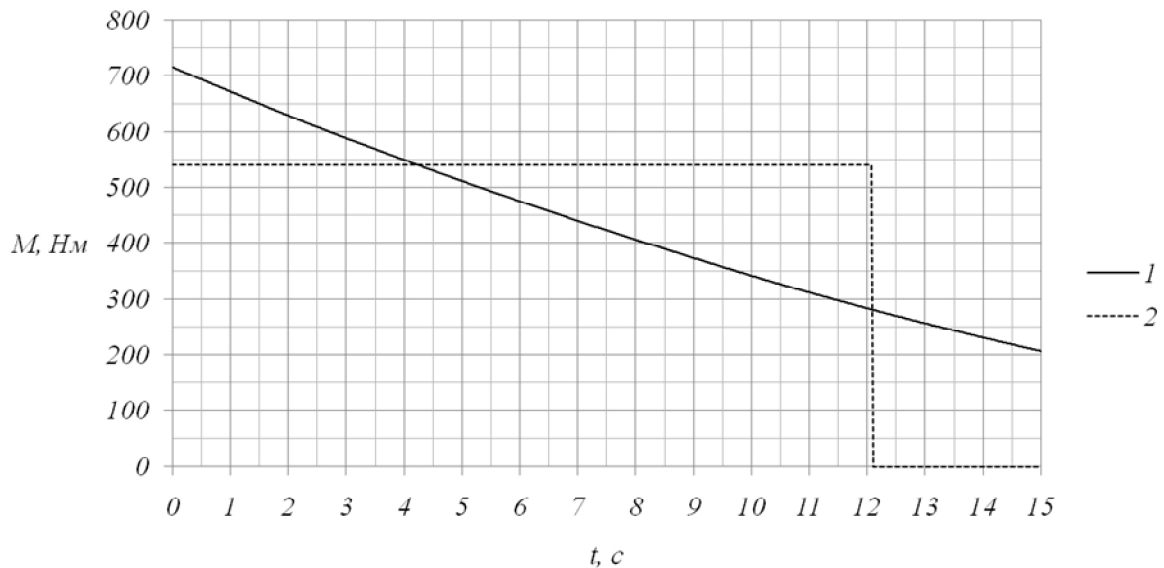


Рис. 7. Графики переходных процессов изменения момента на валу рабочего колеса центробежной машины

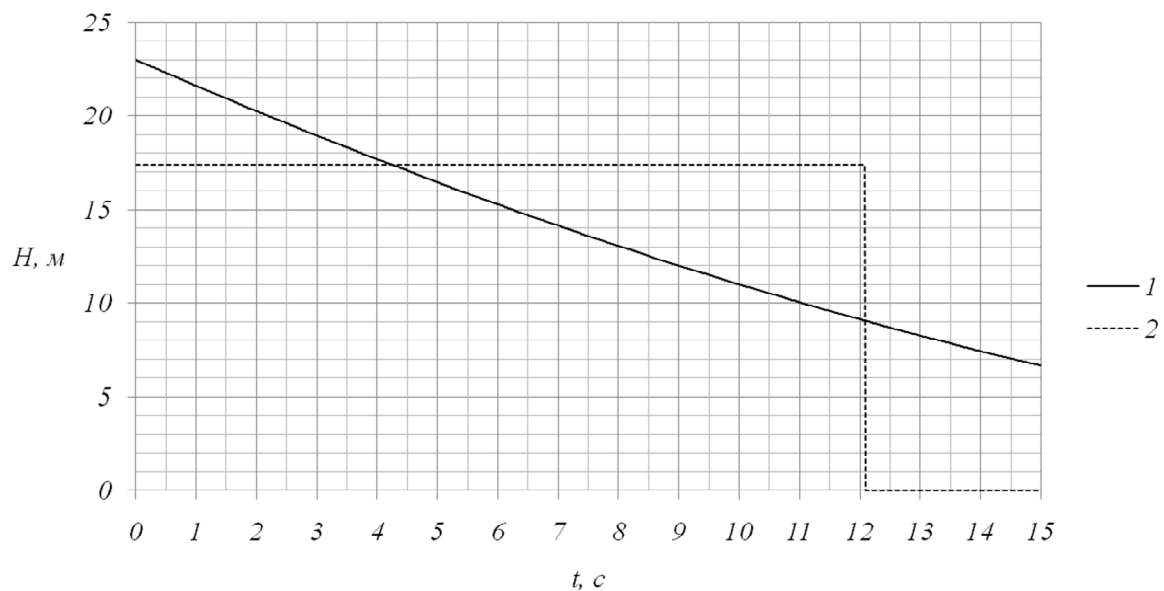


Рис. 8. Графики переходных процессов изменения напора

Кроме того, поскольку и напор, и момент представляют собой величины, пропорциональные квадрату частоты вращения рабочего колеса, что следует из формул (19) – (21), то кривые, которые являются графиками этих функций, подобны и могут быть совмещены путем преобразования масштаба вертикальной оси. Указанные функции времени являются квадратичными в случае оптимального управления и постоянными, когда имеет место альтернативное управление.

На рис. 9 видно, что динамические зависимости подачи от относительной частоты вращения, как в случае оптимального, так и в случае альтернативного управления расположены в первом квадранте и притом ниже ограничительной характеристики, что является необходимым условием корректности упрощенной модели. Чем меньше статический напор сети, тем ближе оказываются эти линии к ограничительной характеристике. В связи с этим, при прочих равных условиях, альтернативное управление, когда  $H_S < 12$  м, не может быть корректно рассчитано с помощью предложенной упрощенной модели.

1. При оптимальном управлении;
2. В случае прямоугольного закона изменения частоты вращения;
3. Ограничительная характеристика

Обозначение графиков на рис. 9 цифрой без штриха соответствует статическим потерям напора  $H_S = 14$  м, цифрой с одним штрихом –  $H_S = 12$  м, а цифрой с двумя штрихами соответствует статическим потерям  $H_S = 16$  м.

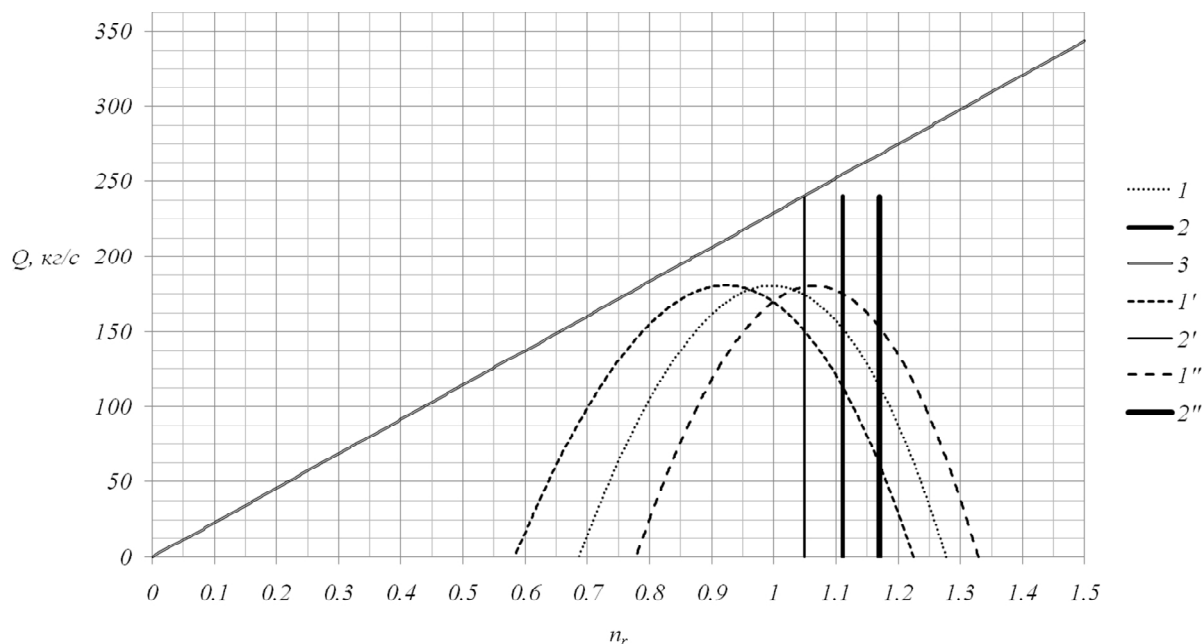


Рис. 9. Динамические зависимости мгновенной подачи от величины относительной частоты вращения

Далее приводится сводная таблица результатов расчета переходных процессов для двух вариантов управления, при трех значениях статических потерь напора в сети.

Таблица 1

Результаты сравнительного анализа по оптимизации динамических режимов центробежной машины, работающей в одноконтурной гидравлической сети

$H_S$ , м	A(T)/T, кВт		$\varepsilon$ , %	$n_{r1}$		$M_1$ , Нм		$Q_{max}$ , кг/с		$H_1$ , м	
	ОУ	АУ		ОУ	АУ	ОУ	АУ	ОУ	АУ	ОУ	АУ
12,000	27,844	29,918	6,933	1,225	1,049	657,157	482,559	180,625	239,627	21,144	15,527
14,000	34,568	36,934	6,406	1,277	1,110	714,727	540,302	180,450	239,906	22,997	17,385
16,000	41,824	44,458	5,925	1,329	1,170	773,540	599,375	180,340	239,619	24,889	19,285

В табл. 1 обозначено: ОУ – оптимальное управление, АУ – альтернативное управление,  $\varepsilon$  – относительная величина показателя экономии энергии. Величины относительной частоты вращения, момента и напора указаны для начального момента времени.

По данным таблицы видно, что с ростом статических потерь напора возрастает средняя потребляемая мощность центробежной машины, показатель экономии энергии по сравнению с вариантом альтернативного управления при этом падает, при снижении статических потерь напора мощность также уменьшается, но растет показатель экономии энергии. Вместе с тем происходит снижение “запасов корректности” упрощенной модели объекта вплоть до полного их исчерпания. Характерно, что во всех рассмотренных случаях максимальное значение подачи изменяется незначительно.

### Выводы

Полученные законы управления центробежной машиной справедливы для упрощенной модели объекта управления, которая является корректной в ограниченной области изменения подачи и частоты вращения рабочего колеса. Расчеты показали, что упрощенная модель позволяет исследовать переходные процессы центробежной машины, работающей на сеть

без динамических потерь напора, со средней потребляемой мощностью за цикл, близкой и превосходящей номинальную, за счет повышения величины статического напора сети. Однако для всех представленных вариантов характерно, что средняя интегральная подача за цикл остается ниже номинальной. При попытках доведения средней подачи центробежной машины до номинальной величины путем подбора параметров упрощенной модели всегда возникало нарушение границ ее корректности. Расчет двух способов управления был проведен при нулевых граничных условиях, налагаемых на величину мгновенной подачи, что представляет наибольший практический интерес. Поэтому при построении упрощенной модели объекта была выполнена линейная аппроксимация именно начальных участков рабочих характеристик центробежной машины, в пределах которых подача изменяется от нуля до некоторого максимального значения. Сравнительный анализ оптимального и альтернативного управления показал, что в рассмотренных случаях экономия энергии составляет 6–7 %, однако практическая реализация найденных законов управления может встретить на своем пути трудности, поскольку и в том, и в другом случае требуется скачкообразное изменение частоты вращения, причем как в начальный, так и в конечный момент времени. При этом суммарный момент инерции ротора двигателя, соединительной муфты и рабочего колеса с присоединенной массой жидкости в ряде случаев может достигать значительной величины, поэтому предположение о безынерционном приводе в общем случае может не выполняться, что требует дополнительных проверок. Кроме того, при оптимальном управлении возникает необходимость форсирования в начальный момент, как частоты вращения рабочего колеса, так и момента двигателя. В заключение отметим, что, когда полученный оптимальный закон управления центробежной машиной невозможно реализовать на практике, он может быть использован для оценки эффективности иных альтернативных законов управления, допускающих техническую реализацию, по критерию минимума механической работы, потребляемой энергии. Дальнейшие исследования предложенной задачи оптимизации планируется провести в рамках более общей модели объекта управления, учитывающей гидравлическое сопротивление центробежной машины и сети, а также динамический момент, возникающий при неравномерном движении вращающихся масс центробежного механизма и двигателя.

#### Список использованной литературы:

1. Коренькова Т. В. Методология энергоресурсосбережения в электрогидравлических комплексах / Т. В. Коренькова // Электротехнические и компьютерные системы. Выдавництво «Техніка», м. Київ. – 2014. – № 15 (91). С. 114–120.
2. Ломакин А. А. Центробежные и осевые насосы / Александр Александрович Ломакин // Л., Ленинградское отделение издательства «Машиностроение». – 1966. – 364 с.
3. Певзнер Б. М. Судовые центробежные и осевые насосы / Б. М. Певзнер // Л., Издательство Судостроение. – 1964. – 384 с.
4. Дурнов П. И. Насосы, вентиляторы, компрессоры / П. И. Дурнов // Киев; Одесса: Вища школа. Головное изд-во. – 1985. – 264 с.
5. Куцик А. С. Аналіз режимів регулювання тиску насосів з синхронним електроприводом / А. С. Куцик, М. Б. Семенюк, В. В. Тутка // Электротехнические и компьютерные системы. Выдавництво «Техніка», м. Київ. – 2014. – № 15(91). – С. 159–161.
6. Бур'ян С. О. Дослідження енергоефективності електромеханічної системи насосного комплексу з врахуванням плавної зміни параметрів гідромережі / С. О. Бур'ян, М. В. Печеник // Электротехнические и компьютерные системы. Выдавництво «Техніка», м. Київ. – 2014. – № 15(91). – С. 162–164.
7. Нечай О. М. Дослідження пускових та гальмівних режимів роботи асинхронних електроприводів насосів / О. М. Нечай // Электротехнические и компьютерные системы. Выдавництво «Техніка», м. Київ. – 2014. – № 15(91). – С. 169–172.
8. Абдурашитов С. А. Насосы и компрессоры / С. А. Абдурашитов, А. А. Тупиченков, И. М. Вершинин, С. М. Тененгольц // М., Недра. – 1974. – 295 с.
9. Христо П. Е. Исследование возможности оптимизации насосной установки / П. Е. Христо // Электротехнические и компьютерные системы. Выдавництво «Техніка», м. Київ. – 2014. – № 15(91). – С. 110–113.
10. Николадзе Г. И. Водоснабжение: Учебник для вузов / Г. И. Николадзе, М. А. Сомов // М. Стройиздат. – 1995. – 688 с.
11. Геец В. М. Специальные системы наливных судов. Курс лекций [Текст] : учеб. пособие / В. М. Геец // Владивосток: Мор. гос. ун-т. – 2012. – 185 с.

12. Ключев В. И. Теория электропривода: учеб. Для вузов. – 2-е изд. Перераб. и доп. / В. И. Ключев // М.: Энергоатомиздат. – 2001. – 704 с.
13. Герасимьяк Р. П. Оптимальные системы управления электроприводов для студентов специальности 7.092203: Учеб. пособие / Р. П. Герасимьяк // Одесса: ОГПУ. – 1998. – 72 с.
14. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю. П. Петров // Л.: Энергия. – 1977. – 280 с.
15. Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем / А. А. Фельдбаум // М.: Наука. – 1966. – 624 с.
16. Насосы центробежные двустороннего входа типа Д и агрегаты электронасосные на их основе / Руководство по эксплуатации Н03.3.302.00.00.000 РЭ, ОАО ГМС НАСОСЫ Россия 303851, г. Ливны, Орловской обл., ул. Мира, 231.

## References:

1. Korenkova T. V. (2014) Methodology of the energy saving in the electro-hydraulic complexes [Metodologiya energoresursosberezheniya v elektrogidravlicheskih kompleksah], Scientific and Technical Journal Electrotechnic and computer systems, Publishing house «Technique», Kyiv. – 2014. – no 15(91). – P. 114–120.
2. Lomakin A. A. (1966) Centrifugal and axial pumps [Tsentrobezhnyie i osevyie nasosyi], L., Leningrad separation of publishing house «Engineer», 364 p.
3. Pevzner B. M. (1964) The ship centrifugal and axial pumps [Sudovyye tsentrobezhnyie i osevyie nasosyi], L., Publishing house Shipbuilding, 384 p.
4. Durnov P. I. (1985) Pumps, ventilators, compressors [Nasosyi, ventilyatoryi, kompressoryi], Kyiv; Odesa: Higher school. Head publishing house, 264 p.
5. Kutsik A. S., Semenyuk M. B., Tutka V.V. (2014) Analysis of the modes of adjusting of pressure of pumps with the synchronous electromechanic [Analiz rezhimiv regulyvannya tisku nasosiv z sinhronnim elektroprivodom], Scientific and Technical Journal Electrotechnic and computer systems, Publishing of house «Technique», Kyiv. – no 15(91). – P. 159–161.
6. Bur'yan S. O., Pechenik M. V. (2014) Research of energy efficiency of the electromechanic system of pumping complex is taking into account the smooth change of parameters of hydraulic network [Doslidzhennya energoefektivnosti elektromehanichnoyi sistemi nasosnogo kompleksu z vrahuvanniam plynnoyi zmlni parametriv gidromerzhil], Scientific and Technical Journal Electrotechnic and computer systems, Publishing of house «Technique», Kyiv. – no 15(91). – P. 162–164.
7. Nechay O. M. (2014) Research of the starting and brake modes of operations of asynchronous drives of pumps [Doslidzhennya puskovih ta galmivnih rezhimiv roboti asinhronnih elektroprivodiv nasosiv], Scientific and Technical Journal Electrotechnic and computer systems, Publishing of house «Technique», Kyiv. – no 15(91). – P. 169–172.
8. Abdurashitov S. A., Tupichenkov A. A., Vershinin I. M., Tenengolts S. M. (1974) Pumps and compressors [Nasosyi i kompressoryi], M., Bowels of the earth, 295 p.
9. Hristo P. E. (2014) Optimization possibility research of the pump [Issledovanie vozmozhnosti optimizatsii nasosnoy ustanovki], Scientific and Technical Journal Electrotechnic and computer systems, Publishing house «Technique», Kyiv. – no 15(91). – P. 110–113.
10. Nikoladze G. I., Somov M. A. (1995) Water-supply: Textbook for the institutes [Vodosnabzhenie: Uchebnik dlya vuzov], M., Stroyizdat, 688 p.
11. Geets V. M. Spetsialnyie sistemyi nalivnyih sudov. Kurs lektsiy [Tekst] : ucheb. posobieVladivostok: Mor. gos. un-t
12. Klyuchev V. I. (2001) Theory of electric drive : studies. For the institutes of higher. It is a 2th publ. [Teoriya elektroprivoda: ucheb. Dlya vuzov. – 2-e izd. Pererab. i dop.], M.: Energoatomizdat, 704 p.
13. Gerasimjak R. P. (1998) Optimal control system of electric drive for the students of speciality 7.092203: Studies manual [Optimal'nye sistemyi upravlenija jelektroprivodov dlja studentov special'nosti 7.092203: Ucheb. posobie], Odessa, ONPU, 72 p.
14. Petrov Ju. P. (1977) Variation methods of theory of optimal control [Variacionnye metody teorii optimal'nogo upravlenija], L., Jenergija, 280 p.
15. Fel'dbaum A. A. (1966) Bases of theory of the optimal automatic systems [Osnovy teorii optimal'nyh avtomaticheskikh sistem], M., Nauka, 624 p.
16. Pumps are centrifugal bilateral entrance of type D and asms electro-pump on their basis / Guidance on exploitation of N03.3.302.00.00.000 RE [Nasosyi tsentrobezhnyie dvustoronnego vhoda tipa D i agregaty elektronasosnyie na ih osnove / Rukovodstvo po ekspluatatsii N03.3.302.00.00.000 RE], ОАО ГМС НАСОСЫ, Russia 303851, Livnyi, region Orlovskaja obl., st. Mira, 231.

Поступила в редакцию 25.10 2014 г.