

**Михаліченко Павло Євгенович**, д.т.н., доц., професор кафедри автоматики та електроустаткування, +38(068)236-21-00, pahamihali4@gmail.com, ORCID ID: /0000-0002-2680-140X

*Херсонський навчально-науковий інститут Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова  
проспект Незалежності, 44, м. Херсон, 73003,*

**Маркова Євгенія Юхимівна**, д.е.н., професор кафедри автоматики та електроустаткування, +38(050)940-62-86, mmmama72@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7818-0644

*Херсонський навчально-науковий інститут Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова  
проспект Незалежності, 44, м. Херсон, 73003*

**Марков Михайло Миколайович**, викладач кафедри автоматики та електроустаткування, +38(050)940-62-86, mmmmarkova30@gmail.com, ORCID ID: 0009-0001-2859-8425

*Херсонський навчально-науковий інститут Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова  
проспект Незалежності, 44, м. Херсон, 73003*

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВА АВАРІЙНИХ РЕЖИМІВ КОРОТКОГО ЗАМИКАННЯ В СИСТЕМІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ТЯГИ ПРИ РІЗНИХ СХЕМАХ ЖИВЛЕННЯ

**Анотація.** У статті досліджено аварійні режими короткого замикання в системі електричної тяги постійного струму при різних схемах живлення та з'єднання тягових двигунів. Розроблено математичну модель з урахуванням магнітної нелінійності, вихрових струмів і генераторних режимів. Встановлено закономірності зміни струмів короткого замикання, магнітного потоку та напруги на струмоприймачі. Показано вплив режимів послаблення збудження на тривалість і амплітуду генераторних струмів.

**Ключові слова:** електропривод; електродвигун постійного струму; математична модель; нелінійність; перехідні процеси; коефіцієнт посилення, передаточна функція

**Mykhalichenko Pavlo**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Automation and Electrical Equipment +38(068)236-21-00, pahamihali4@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-2680-140X

*Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding  
44 Nezalezhnosti Avenue, Kherson, 73003, Ukraine*

**Markova Ievgeniia**, Doctor of Economic Sciences, Professor of the Department of Automation and Electrical Equipment, +38(050)940-62-86, mmmama72@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7818-0644

*Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding  
44 Nezalezhnosti Avenue, Kherson, 73003, Ukraine*

**Markov Mykhailo**, Lecturer, Department of Automation and Electrical Equipment, +38(050)940-62-86, mmmmarkova30@gmail.com, ORCID ID: 0009-0001-2859-8425  
*Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding*  
44 Nezalezhnosti Avenue, Kherson, 73003, Ukraine

## **SYNTHESIS AND MATHEMATICAL MODELING OF ELECTRIC DRIVES WITH INHERENT NONLINEARITIES IN EMERGENCY MODES**

**Abstract.** *The article investigates emergency short-circuit operating conditions in direct current traction power systems under different power supply schemes and traction motor connection configurations. A mathematical model of the traction electric drive was developed considering magnetic nonlinearity, eddy current effects, transient electromagnetic processes, and generator operating modes arising during fault conditions. The study analyzes the dynamic behavior of feeder currents, short-circuit currents, magnetic flux, and pantograph voltage under various fault locations and excitation weakening modes.*

*Special attention is paid to the transition of traction motors into generator mode caused by a rapid decrease in supply voltage while maintaining residual magnetic flux and internal electromotive force. Numerical simulation results demonstrate the influence of excitation weakening on the duration and amplitude of generator currents and confirm the significant role of eddy currents in damping transient processes. The obtained dependencies make it possible to improve calculation methods for emergency operating conditions and enhance the reliability and selectivity of traction power protection system.*

**Keywords:** *electric drive; DC motor; mathematical model; nonlinearity; transient processes; reference coefficient, transfer function.*

**Вступ.** Системи електричної тяги постійного струму є складними електротехнічними комплексами, у яких під час аварійних режимів короткого замикання виникають інтенсивні електромагнітні та електромеханічні перехідні процеси. У таких режимах спостерігаються значні зміни струмів, напруг, магнітних потоків та проти-електрорушійної сили тягових двигунів, що може призводити до порушення стійкості роботи систем електричної тяги, перевантаження силового обладнання та неправильного спрацювання систем релейного захисту [1–3]. Особливо небезпечними є режими, пов'язані з переходом тягових двигунів у генераторний стан після відключення живлення фідерної зони, що супроводжується виникненням значних генераторних струмів [4, 5].

Постановка проблеми полягає у необхідності підвищення точності математичного моделювання аварійних режимів у системах електричної тяги постійного струму з урахуванням нелінійних характеристик тягових електродвигунів, вихрових струмів, магнітного насичення та режимів

послаблення збудження. Недостатня точність існуючих моделей ускладнює визначення реальних параметрів короткого замикання та перехідних процесів, що безпосередньо впливає на ефективність проектування систем захисту, вибір параметрів швидкодіючих вимикачів і забезпечення надійності функціонування тягових мереж [6–9].

Зв'язок дослідження з важливими науковими та практичними завданнями полягає у необхідності вдосконалення методів аналізу аварійних режимів у тягових електроприводах, підвищення ефективності систем релейного захисту та забезпечення безпечної експлуатації електрорухомого складу. Дослідження перехідних процесів при різних схемах живлення, положеннях точки короткого замикання та режимах збудження тягових двигунів дозволяє визначити закономірності формування аварійних струмів і оцінити вплив параметрів системи на динаміку електромагнітних процесів [10–13].

Актуальність роботи також обумовлена необхідністю розвитку математичних моделей, здатних адекватно описувати взаємозв'язок електричних і магнітних процесів у системах електричної тяги при аварійних режимах. Це створює підґрунтя для вдосконалення алгоритмів захисту, оптимізації параметрів тягових силових кіл та підвищення енергетичної ефективності систем електричної тяги постійного струму [14–18].

**Аналіз останніх досліджень в галузі** галузі систем електричної тяги постійного струму зосереджені на підвищенні точності моделювання аварійних режимів, аналізі перехідних електромагнітних процесів та вдосконаленні засобів захисту тягових мереж. У роботах, присвячених коротким замиканням у тягових системах, показано, що характер зміни аварійних струмів значною мірою залежить від схеми живлення фідерної зони, відстані до точки пошкодження, параметрів тягової мережі та динамічних властивостей електрорухомого складу [2, 6, 7]. Це підтверджує необхідність використання моделей, які враховують не лише електричні параметри мережі, а й внутрішні процеси в тягових електродвигунах.

Значна увага в сучасних публікаціях приділяється моделюванню тягових електроприводів із урахуванням нелінійних властивостей електричних машин. Зокрема, розглядаються вплив магнітного насичення, вихрових струмів, гістерезисних явищ та температурної зміни параметрів обмоток на характер перехідних процесів [8, 11, 15]. Урахування цих факторів дозволяє більш точно описати зміну магнітного потоку, проти-електрорушійної сили та струмів у режимах різкого порушення електричної рівноваги системи.

Окремий напрям досліджень пов'язаний із вивченням генераторних режимів тягових електродвигунів, які можуть виникати після різкого зниження напруги на струмоприймачі або після відключення частини тягової мережі. Такі режими супроводжуються появою зворотних струмів, що впливають на роботу швидкодіючих вимикачів, релейного захисту та силових елементів тягової системи [9, 10, 17]. У роботах цього напрямку підкреслюється, що для адекватного опису генераторних струмів необхідно враховувати інерційність магнітної системи тягового двигуна та процеси розмагнічування після аварійного збурення.

У працях, присвячених енергоефективності та режимам роботи багатомоторних тягових електроприводів, досліджено вплив схем з'єднання тягових двигунів, режимів послаблення збудження та параметрів керування на енергетичні показники електрорухомого складу [1, 4, 13]. Такі результати є важливими для аналізу аварійних режимів, оскільки схема з'єднання двигунів і ступінь збудження безпосередньо впливають на величину магнітного потоку, електрорушійну силу та характер формування перехідних струмів.

Дослідження, орієнтовані на діагностику несправностей тягових двигунів і електричних машин, показують перспективність використання математичного моделювання для прогнозування аварійних режимів та виявлення ознак пошкоджень на ранніх стадіях [3, 12]. При цьому особливе значення має побудова моделей, здатних відтворювати не тільки усталені, а й швидкоплинні перехідні процеси, які виникають упродовж перших мілісекунд після короткого замикання.

Узагальнення результатів останніх досліджень свідчить, що наявні підходи забезпечують достатньо повний опис окремих аспектів функціонування систем

електричної тяги: аварійних струмів у мережі, нелінійних процесів у тягових двигунах, енергетичних режимів електроприводу та роботи захисної апаратури. Водночас залишається актуальним завдання комплексного математичного моделювання коротких замикань у системі електричної тяги постійного струму з одночасним урахуванням схеми живлення, положення електрорухомого складу, нелінійної магнітної характеристики тягових двигунів, вихрових струмів і можливості переходу двигунів у генераторний режим [14, 16, 18].

**Мета роботи** полягає в розробленні та дослідженні математичної моделі аварійних режимів короткого замикання в системі електричної тяги постійного струму при різних схемах живлення та з'єднання тягових електродвигунів з урахуванням нелінійних характеристик магнітної системи, вихрових струмів і режимів послаблення збудження для визначення закономірностей формування перехідних електромагнітних процесів, генераторних струмів і параметрів роботи систем захисту.

**Основна частина.** На основі сформульованої мети дослідження та поставлених задач подальший виклад присвячено розробці математичної моделі тягового електроприводу постійного струму та аналізу електромагнітних перехідних процесів в аварійних режимах. Розглядається побудова еквівалентної схеми заміщення з урахуванням нелінійних властивостей елементів системи, формування системи рівнянь, що описує її динаміку, а також результати чисельного моделювання коротких замикань і умов переходу електроприводу в генераторний режим.

Подальше математичне моделювання режиму КЗ в ТМ виконано для таких умов:

- живлення фідерних зон двостороннє;
- працюючий на ділянці ЕРС –електровози типу ДЕ1;
- схеми з'єднання тягових електричних двигунів (ТЕД): «С», «СП», «П»;
- послаблення збудження: ПЗ1-ПЗ4;
- відстань від ТП1 до точки КЗ незмінна,  $l_{1к} = 0,5 \text{ км (const)}$ , ЕРС переміщується в сторону ТП2,  $l_{ек} = 0,5; 9,5; 18,5 \text{ км (var)}$ ;

- відстань від ТП2 до ЕРС незмінна,  $l_{2к} = 1,0 \text{ км (const)}$ , точку КЗ наближаємо до ЕРС,  $l_{ек} = 18,5; 14; 9 \text{ км (var)}$ ;

- міжпідстанційна ділянка двоколійна, вузлова схема секціонування;
- міжпідстанційна ділянка двоколійна, паралельна схема секціонування.

**Пусковий режим – схема послідовного з'єднання («С» – з'єднання) тягових двигунів.**

Як відомо, режим пуску електровоза постійного струму здійснюється при послідовному з'єднанні («С») ТЕД. Розрахуємо і проаналізуємо виникнення генераторних струмів якраз на цьому з'єднанні ТЕД електровоза.

Спочатку розглянемо режим КЗ в точці ТМ на відстані  $l_{1к} = 0,5 \text{ км}$  (тобто практично біля ТП1), а відстань від ЕРС до точки КЗ  $l_{ек} = 0,5; 9,5; 18,5 \text{ км}$  (рис. 1) при відстані між тяговими підстанціями ТП1 і ТП2 рівній  $l = 20 \text{ км}$ .

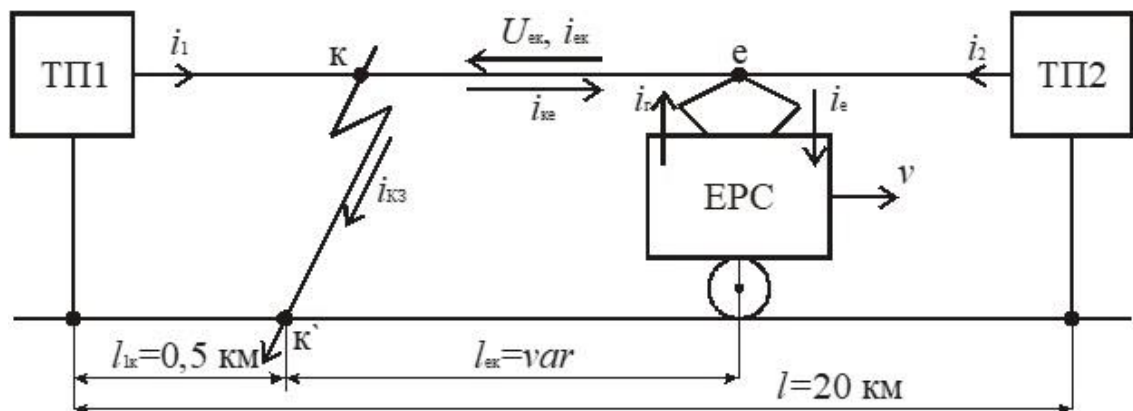


Рисунок 1 – Схема СЕТ у режимі з КЗ на фідерній зоні та з динамічним навантаженням (ЕРС що рухається)

Математична модель СЕТ з одним електровозом (типу ДЕ1) на фідерній зоні (рис. 1) являє собою систему рівнянь [1]:

$$\begin{aligned} & (R_{\tau 1} + R_{\text{пс1}} + R_{\text{зп1}} + R_{\text{п1}} + R_{\text{о1}}) \cdot i_1 + (L_{\tau 1} + L_{\text{зп1}} + L_{\kappa 1} + L_{\text{п1}} + L_{\text{о1}}) \frac{di_1}{dt} + R_{\text{ш1-1}} \cdot i_{\text{ш1-1}} + \\ & + L_{\text{ш1-1}} \frac{di_{\text{ш1-1}}}{dt} + R_{\text{ш1-2}} \cdot i_{\text{ш1-2}} + L_{\text{ш1-2}} \frac{di_{\text{ш1-2}}}{dt} = e_{\text{пс1}}(t); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & (R_{\tau 2} + R_{\text{пс2}} + R_{\text{зп2}} + R_{\text{п2}} + R_{\text{о2}}) \cdot i_2 + (L_{\tau 2} + L_{\text{зп2}} + L_{\kappa 2} + L_{\text{п2}} + L_{\text{о2}}) \frac{di_2}{dt} + R_{\text{ш2-1}} \cdot i_{\text{ш2-1}} + \\ & + L_{\text{ш2-1}} \frac{di_{\text{ш2-1}}}{dt} + R_{\text{ш2-2}} \cdot i_{\text{ш2-2}} + L_{\text{ш2-2}} \frac{di_{\text{ш2-2}}}{dt} + (R_{\text{ккк}} + R_{\text{пек}}) \cdot i_{\text{ек}} + L_{\text{ккк}} \frac{di_{\text{ек}}}{dt} = e_{\text{пс2}}(t); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & (R_{\text{ккк}} + R_{\text{пек}}) \cdot i_{\text{ек}} + L_{\text{ккк}} \frac{di_{\text{ек}}}{dt} + 8(R_{\text{я}} + R_{\text{дп}} + R_{\text{ко}} + R_3) \cdot i_{\text{я}} - \\ & - 8L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + 2p\sigma_3\omega_3 \frac{d}{dt}(\Phi_1 + \dots + \Phi_8) = C_w \omega(\Phi_1 + \dots + \Phi_8) \end{aligned} \quad (3)$$

$$i_{\text{я}} - i_1 - i_2 = 0; \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{я}} - i_{\mu 1} + i_{\text{вхр1}} &= 0; \\ i_{\text{я}} - i_{\mu 2} + i_{\text{вхр2}} &= 0; \\ i_{\text{я}} - i_{\mu 3} + i_{\text{вхр3}} &= 0; \\ i_{\text{я}} - i_{\mu 4} + i_{\text{вхр4}} &= 0; \\ i_{\text{я}} - i_{\mu 5} + i_{\text{вхр5}} &= 0; \\ i_{\text{я}} - i_{\mu 6} + i_{\text{вхр6}} &= 0; \\ i_{\text{я}} - i_{\mu 7} + i_{\text{вхр7}} &= 0; \\ i_{\text{я}} - i_{\mu 8} + i_{\text{вхр8}} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{\mu 1} &= f(\Phi_1(t)); \\ i_{\mu 2} &= f(\Phi_2(t)); \\ i_{\mu 3} &= f(\Phi_3(t)); \\ i_{\mu 4} &= f(\Phi_4(t)); \\ i_{\mu 5} &= f(\Phi_5(t)); \\ i_{\mu 6} &= f(\Phi_6(t)); \\ i_{\mu 7} &= f(\Phi_7(t)); \\ i_{\mu 8} &= f(\Phi_8(t)); \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}1} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_1}{dt} &= 0; \\ R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}2} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_2}{dt} &= 0; \\ R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}3} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_3}{dt} &= 0; \\ R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}4} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_4}{dt} &= 0; \\ R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}5} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_5}{dt} &= 0; \\ R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}6} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_6}{dt} &= 0; \\ R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}7} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_7}{dt} &= 0; \\ R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} \cdot i_{\text{вхр}8} + \sigma_3 \omega_3 \frac{d\Phi_8}{dt} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де  $\sigma_3$  – коефіцієнт розсіювання ОЗ ТЕД;  $i_{\text{вхр}}$  – вихровий струм в остові ТЕД;  $i_{\mu}$  – струм намагнічення станини відповідного ТЕД, який є нелінійною функцією основного магнітного потоку  $\Phi(t)$ .

$$i_{\mu}(\Phi) = a' + b' \cdot \Phi + c' \cdot \Phi^2 + d' \cdot \Phi^3 + e' \cdot \Phi^4 + f' \cdot \Phi^5 + k' \cdot \Phi^6.$$

Де  $a', b', c', d', e', f', k'$  – коефіцієнти полінома. Розглядувану систему (1)–(7) слід доповнити рівняннями [2] для ШВ. В системі диференціальних рівнянь електромагнітного стану СЕТ рівняння (5)–(7) описують внутрішні електромагнітні процеси, які відбуваються в тягових електричних двигунах ЕРС.

Результати чисельних розрахунків з врахуванням зазначених вище припущень представлені на рис. 12–13 та 15–20, із яких випливає таке.

У розглядуваному режимі КЗ (біля ТП1 в точках к-к`  $l_{\text{кз}} = 0,5 \text{ км}$ , рис. 1) складова струму ( $i_{\text{кз}} = 0$ ) і тому живлення ЕРС частково переходить на фідер підстанції ТП2. Одночасно, струм КЗ, тобто в «закоротці»  $i_{\text{кз}}$  і фідерний струм  $i_1$  від ТП1 (рис. 1) різко зростають (рис. 2 і 3). Струм  $i_1(t)$  досягає своєї ставки ( $I_{\text{y1}} = 3000 \text{ А}$ ) і швидкодіючий вимикач ШВ1 на тяговій підстанції ТП1 через 0,022

с після початку КЗ починає вимикатись і через 0,033 с повністю вимикається (рис. 2), при цьому, зазначене вимикання ШВ1 ТП1 відбувається при розташуванні ЕРС у будь-якій точці фідерної зони, тобто, при будь-якій відстані між ЕРС і точкою КЗ.

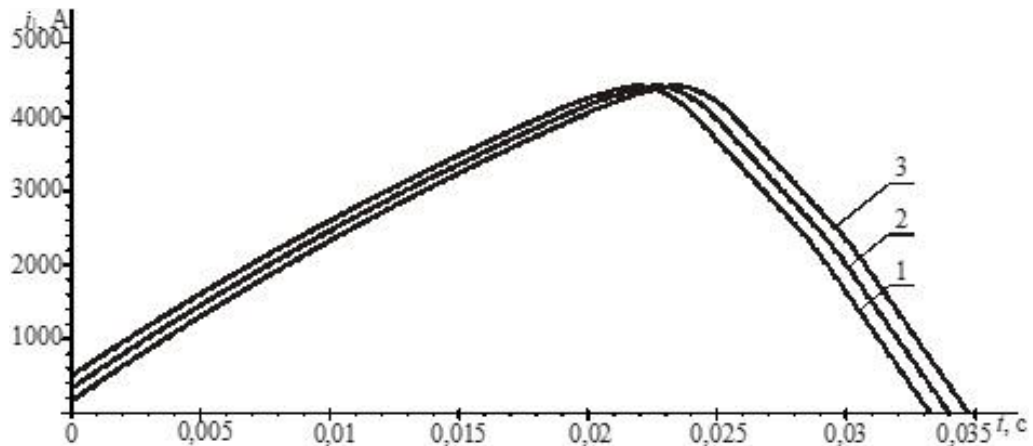


Рисунок 2 – Часові залежності зміни фідерного струму ТП1 в режимі КЗ в тяговій мережі при різній відстані  $l_{ек}$  (км): 1–0,5; 2–9,5; 3–18,5

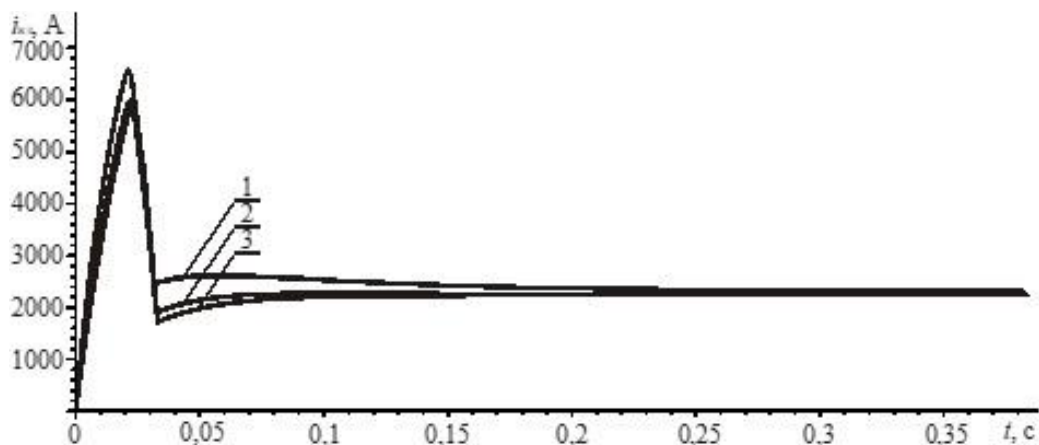


Рисунок 3– Часові залежності струму КЗ для умов рис. 2

Характер зміни струму КЗ, тобто  $i_{кз}$ , в залежності від відстані  $l_{ек}$  (рис. 3) однаковий: спочатку, в період вимикання ШВ1, він різко зростає до 6200...6600 А, потім також різко зменшується до 2000...2500 А і встановлюється в новому усталеному значенні 2500...3000 А. Тривалість такого перехідного процесу складає 0,3...0,35 с.

Одночасно, фідерний струм  $i_2$  від ТП2 спочатку лінійно зі швидкістю  $(3...3,5) \cdot 10^4$  А/с, а потім експоненціально зростає до 2330 А при  $l_{ек} = 0,5$  км, а при

русі поїзда до 2400 А –  $l_{ек} = 9,5 км$  і 2600А –  $l_{ек} = 18,5 км$  (рис. 4). Приріст максимального значення цього струму склав відповідно 2270, 2176 і 2255 А, що може бути використано при розрахунках струму уставки фідера і для правильного вибору параметрів датчика релейного захисту. І, як впливає із рис. 4, при розглянутих відстанях  $l_{ек}$  (рис. 1) фідерний струм  $i_2$  не досягає уставки 3000 А і тому ШВ2 не вимикається і ТП2 продовжує жити ЕРС.

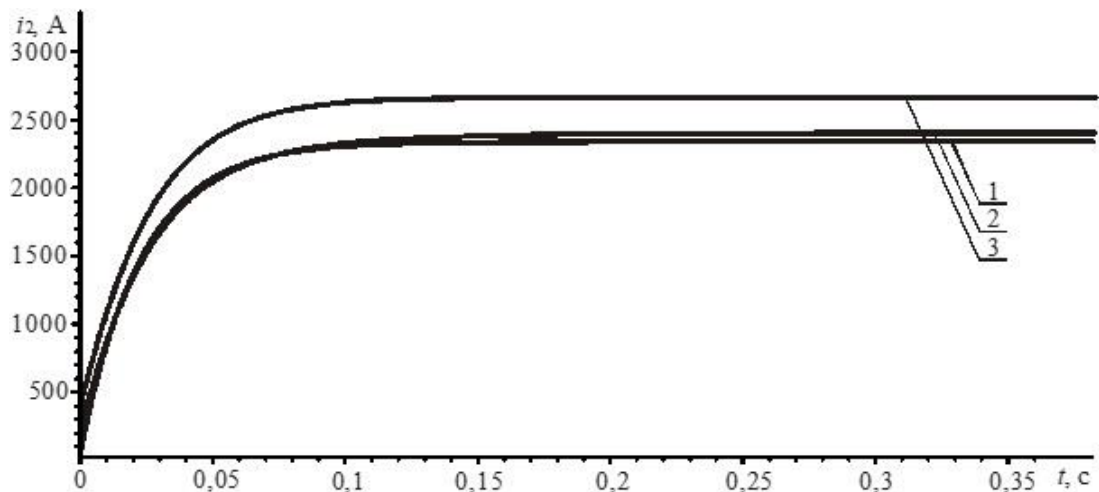


Рисунок 4 – Часові залежності фідерного струму ТП2 для умов рис. 2

Також одночасно з вимиканням ШВ1 і зростанням  $i_2$  (рис. 4) збільшується струм  $i_{ек}$  між ЕРС і точкою КЗ (рис. 5), а, отже, і спад напруги  $U_{ек}$  на цій же ділянці. Однак напруга на струмоприймачі  $u_e(t)$  зменшується спочатку кидком (в момент КЗ), а потім повільно (рис. 6), досягаючи свого усталено значення, обумовленого напругою на працюючій ТП2 і рівного спаду  $U_{ек}$ :  $\sim 100 В$  при  $l_{ек} = 0,5 км$ ; 1200 В – 9,5 км і 2400 В – 18,5 км. Різке зменшення напруги на струмоприймачі призводить також до різкого початкового (в термін вимикання ШВ1) зменшення тягового струму електровоза  $i_e$  (рис. 7), (на рис. 1 цей струм позначено як  $i_d$ ). Зменшується також основний магнітний потік  $\Phi(t)$  тягових двигунів ЕРС (рис. 8), а також їх проти-е.р.с., яка залежить, як відомо, від  $\Phi(t)$ . Однак  $\Phi(t)$  знижується значно повільніше, ніж струм електровоза  $i_e$ , що пов'язано з демпферуючою дією магнітного потоку, створеного вихровими струмами в магнітопроводі ТЕД (рис. 9), достатньо великих максимальних

значень (230...1080 А) в період вимикання ШВ1 ТП1. Зрозуміло і очевидно із рис. 8, що і проти-е.р.с.  $e(t)$  ТЕД електровоза знижується повільніше, ніж напруга на струмоприймачі  $u_e(t)$  (рис. 6), що дорівнює спаду  $U_{ек}$  (рис. 1). Тому з часом, після вимикання ШВ1 (і при  $i_e = 0$ ),  $u_e(t)$  вирівнюється з  $e(t)$ , а потім стає меншою, ніж  $e(t)$ . В результаті ТЕД переходять в генераторний режим (рис. 7), максимальне значення струму якого  $i_r$  при  $l_{ек} = 0,5 \text{ км}$  досягає 760 А. Отже, імовірність генераторного режиму визначається співвідношенням спад у напруги в ТМ  $U_{ек}$  на ділянці  $ек$ , яке дорівнює напрузі на струмоприймачі  $U_e$ , на ділянці ЕРС і точкою КЗ. Тобто, при великій відстані  $l_{ек}$  генераторний струм може не виникнути, як це спостерігається на рис. 7, кр. 3, що побудована для  $l_{ек} = 18,5 \text{ км}$ , а найбільш імовірно виникнення генераторного режиму у ЕРС, що знаходиться найближче до місця КЗ.

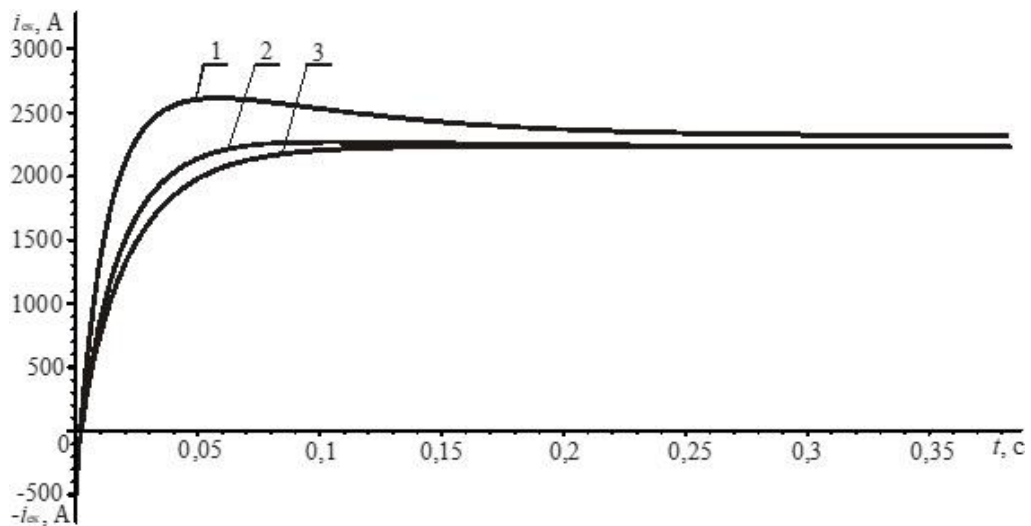


Рисунок 5 – Часові залежності струму ТМ між ЕРС і точкою КЗ для умов рис. 2

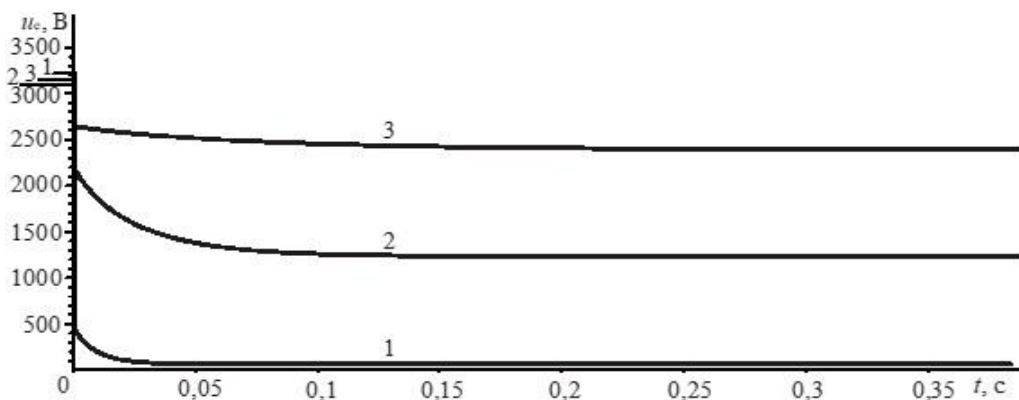


Рисунок 6 – Часові залежності напруги на струмоприймачі електровоза для умов рис. 2

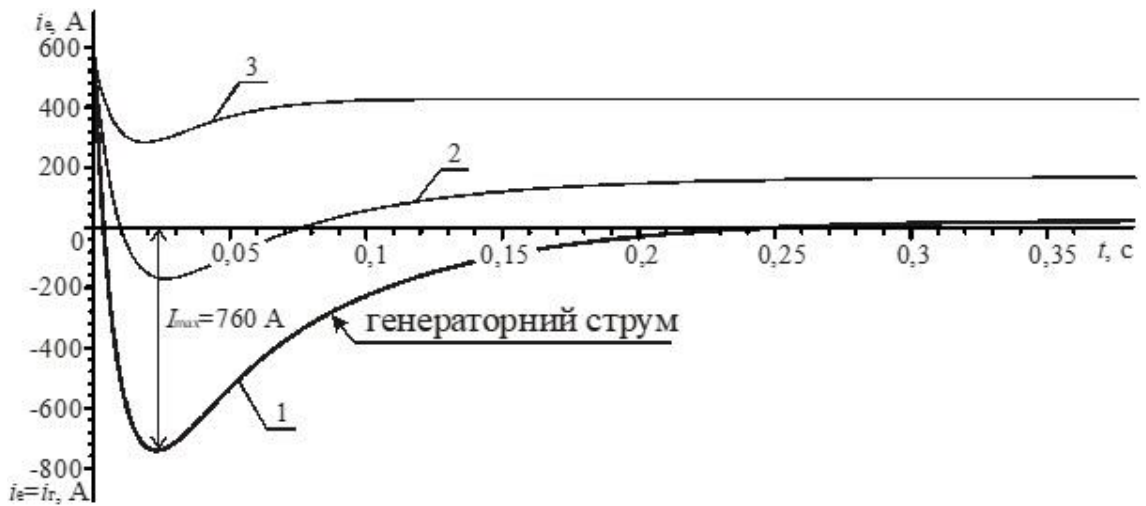


Рисунок 7 – Часові залежності струму електровозу для умов рис. 2

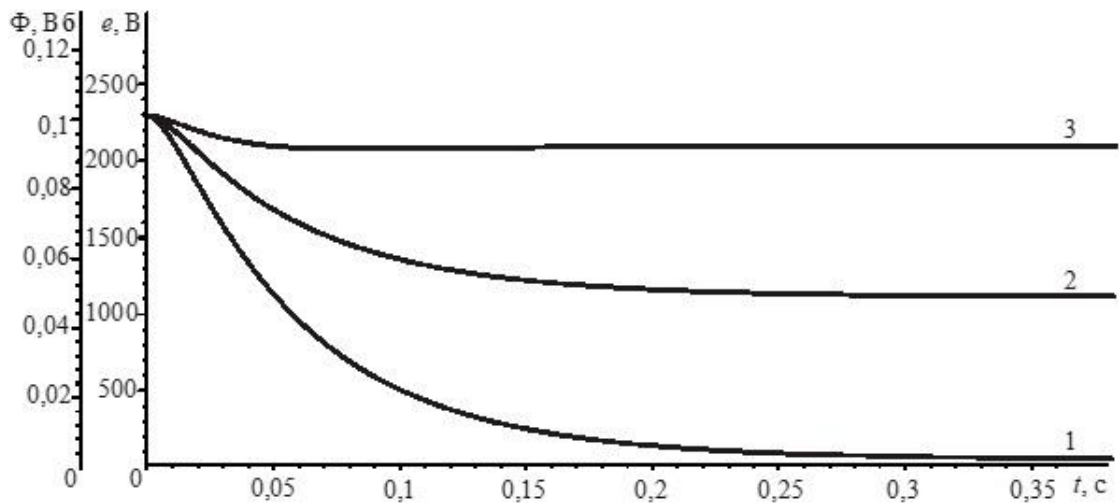


Рисунок 8 – Часові залежності магнітного потоку, а також проти-е.р.с. всіх ТЕД електровозу для умов рис. 2

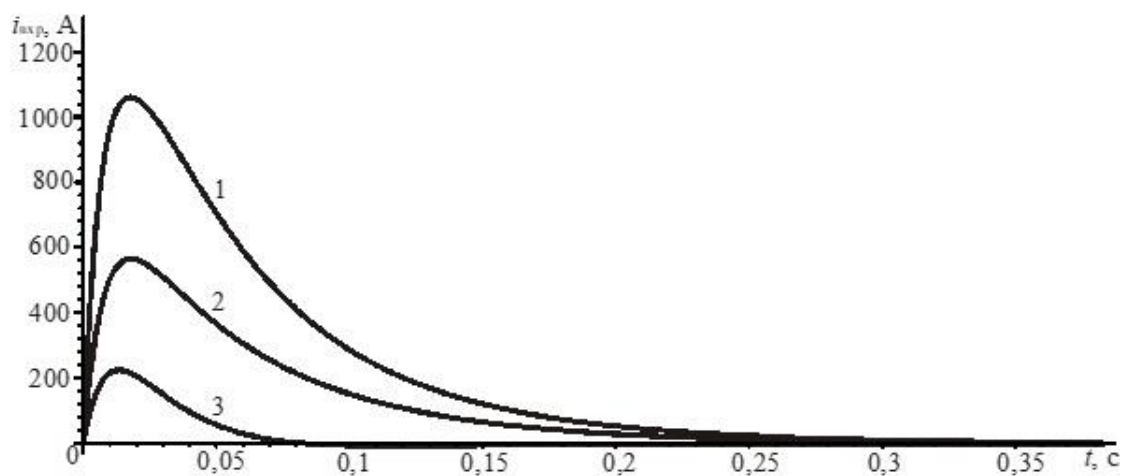


Рисунок 9 – Часові залежності вихрових струмів ТЕД електровозу для умов рис. 2

Генераторний струм у подальшому, з часом перехідного процесу, після характерного сплеску (кидка) починає повільне експоненціальне загасання до певного усталеного режиму (рис. 7), що обумовлено таким же характером зменшенням  $\Phi(t)$ , а, отже і проти-е.р.с. (рис. 8). Тривалість сплеску генераторного струму співрозмірна з терміном часу вимикання струму  $i_1$  швидкодіючим вимикачем ТП1 і складає 0,035 с (рис. 7). В той же час ЕРС переходить в генераторний режим через 5...20 мс після початку КЗ, а весь перехідний процес зміни струму  $i_e(t)$  триває 0,075...0,25 с. При нормативному терміні часу спрацьовування релейного захисту СТЕП не більше 0,08 с.

Характер зміни розглянутих вище (у режимі повного поля ПП) перехідних величин у режимах послаблення збудження ПЗ1-ПЗ4 такий же, як і у режимі повного збудження, але значення цих величин дещо інші. У режимі ПЗ на будь-якій ступені для схеми рис. 1 і відстанях  $l_{1к} = 5 \text{ км}$ ,  $l_{ек} = 5 \text{ км}$  на початку терміну зміни (0,12...0,15 с) спостерігається менша швидкість загасання  $\Phi(t)$  (рис. 10), а, отже, і проти-е.р.с. Це пояснюється тим, що струм у контурі «обмотка збудження – шунтувальна вітка (З-Ш)», підтримуючи  $\Phi(t)$ , в основному зменшує ступінь його загасання за рахунок «розряду» індуктивного шунта через обмотку збудження. Демпферуюча дія вихрових струмів на основний потік невелика, оскільки зменшення власне  $\Phi_{\text{max}}$  і  $\frac{d\Phi}{dt}$  обумовлює і зменшення вихрових струмів на ПЗ у порівнянні з режимом ПП (рис. 11). В результаті зазначеного в режимах ПЗ створюється більшої тривалості і більша різниця між проти-е.р.с. ТЕД і напругою на струмоприймачі, що й обумовлює більш тривалий генераторний струм  $i_r(t)$  з більшим у 1,4...2,2 рази максимальним значенням (до 880 А на ПЗ4 проти 400 А на ПП) (рис. 12).

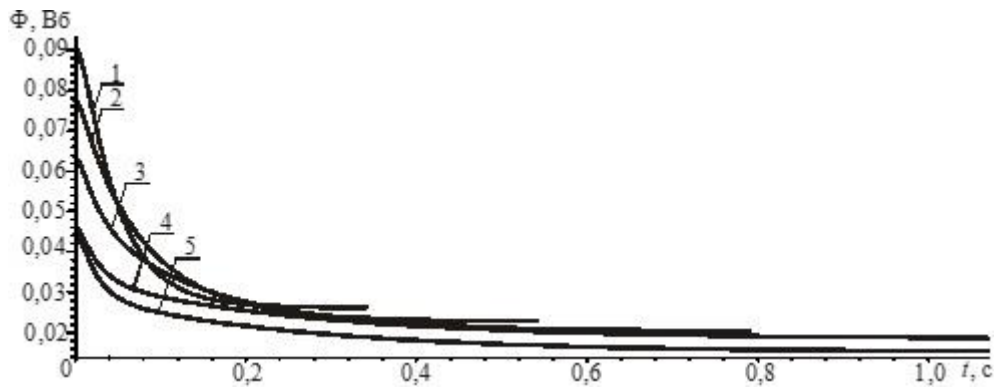


Рисунок 10 – Часові залежності магнітного потоку в режимі КЗ в тяговій мережі при різному збудженні ТЕД: 1 – повне поле (ПП); 2 – ПЗ1; 3 – ПЗ2; 4 – ПЗ3; 5 – ПЗ4

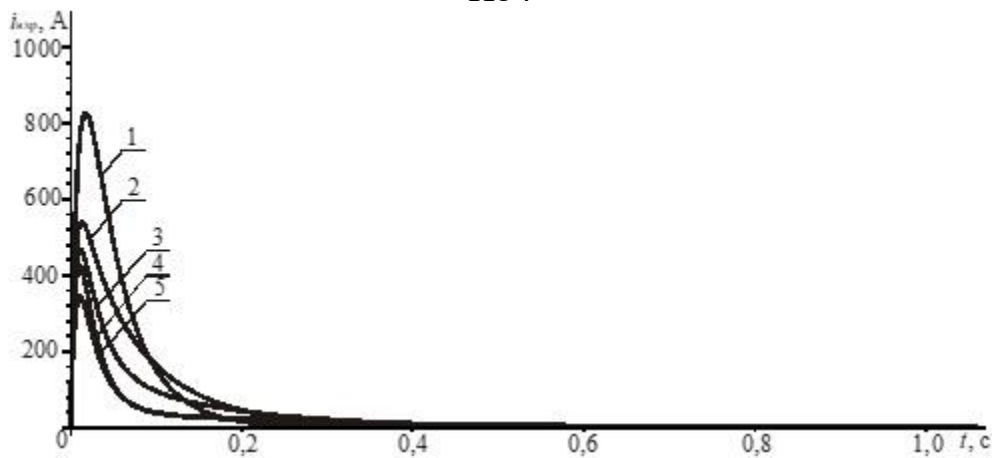


Рисунок 11 – Часові залежності зміни вихрових струмів для умов рис. 10

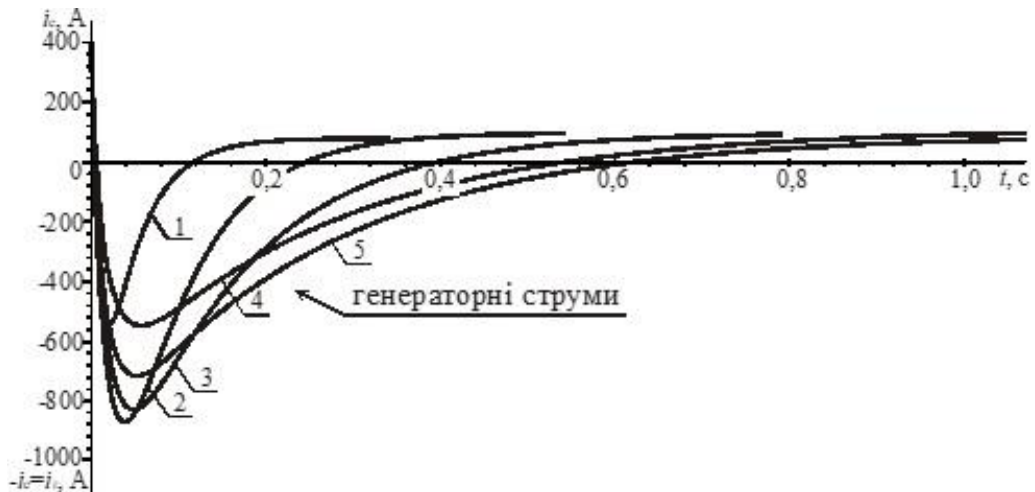


Рисунок 12 – Часові залежності зміни струму електровозу для умов рис. 10

Наші попередні розрахунки показали, що одним із цікавих є режим КЗ в різних точках ТМ при умові розташування ЕРС біля ТП (наприклад ТП2, рис. 13).

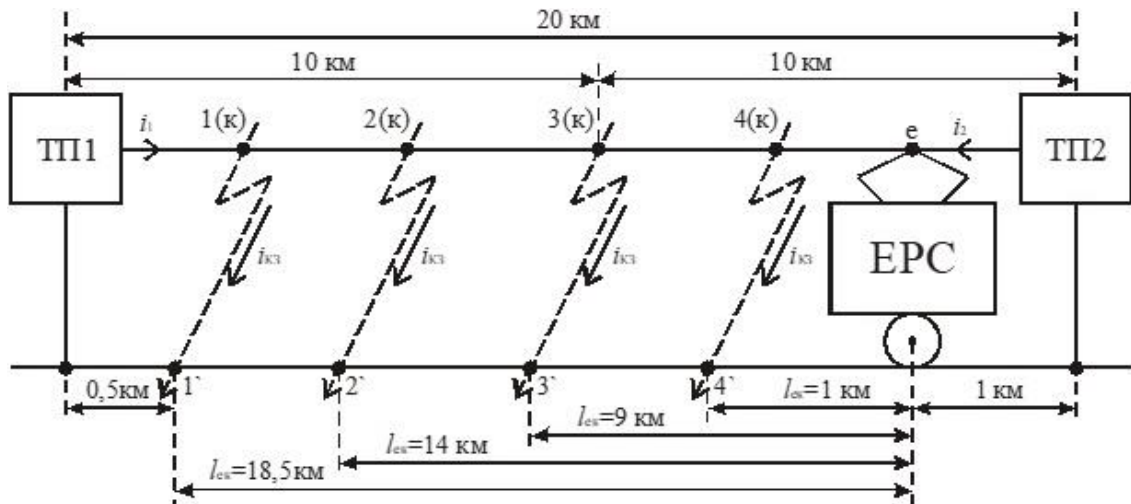


Рисунок 13 – Схема КЗ при різному положенні точки КЗ на фідерній зоні

В дослідях КЗ №1 і №4, тобто в точках відповідно 1-1' і 4-4' (рис. 13), характер зміни і значення перехідних величин такі ж самі, як і в дослідях за схемою рис. 1 при  $l_{ек} = 0,5$  і  $18,5$  км.

При КЗ в точках 2-2' і 3-3' (рис. 13) фідерні струми  $i_1$  та  $i_2$  обох ТП, а також струм  $i_{кз}$  в «закоротках» різко зростають. Перші досягають струму уставки 3000 А, в результаті ШВ обох ТП вимикаються (рис. 14, 15, і 16). При цьому, що закономірно, при КЗ всередині міжпідстанційної зони (в т. 3-3') характери зростання і спадання  $i_1(t)$  та  $i_2(t)$ , а також терміни час повного вимикання (0,058 с) однакові (рис. 15), а при КЗ в точках 2-2' – спочатку спрацьовує ШВ ТП1 (через 0,042 с після початку КЗ), а потім – ШВ ТП2 (рис. 14). Вимикання обох ШВ обумовлює повне зняття живлення з цієї фідерної зони, а, значить, і ЕРС. Напруга на струмоприймачі різко зменшується до нуля (з короткочасним кидком у від'ємне значення) (рис. 17), а  $\Phi(t)$  (рис. 18), отже і проти-е.р.с. ТЕД, зменшується повільно, обумовлюючи тим самим перехід ТЕД і всього електровозу в генераторний режим (рис. 19). Струм цього режиму, досягнувши максимального значення 1000 А, повільно зменшується до нуля за термін часу 0,2..0,3 с, що дорівнює зменшенню  $\Phi(t)$  до нуля (рис. 18), тобто, терміну часу розмагнічування магнітної системи усіх ТЕД.

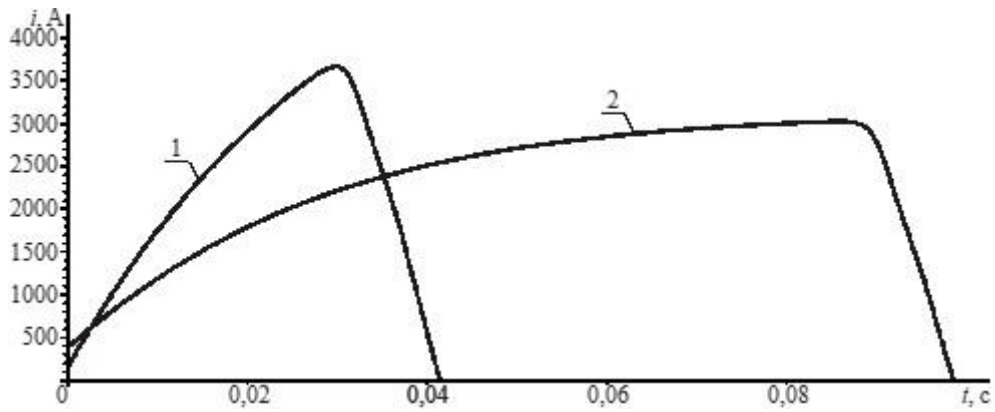


Рисунок 14 – Часові залежності зміни фідерних струмів ТП в режимі КЗ в тяговій мережі при довжині  $l_{ек} = 14 \text{ км}$ : 1– $i_1(t)$ ; 2– $i_2(t)$

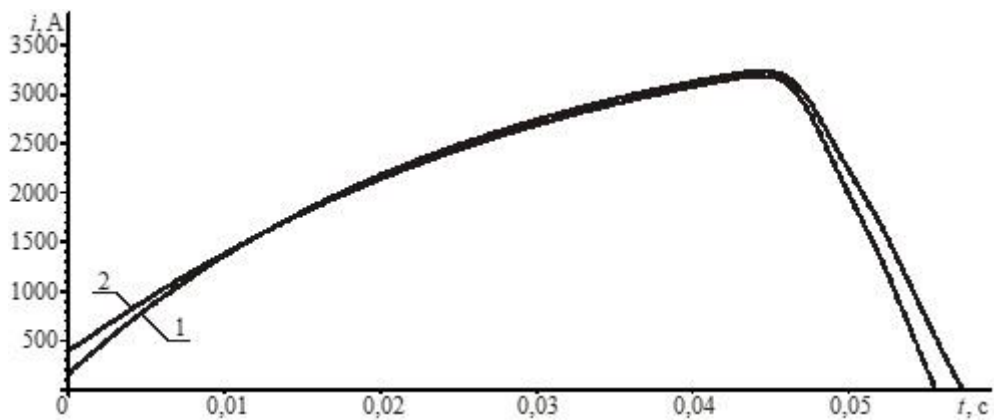


Рисунок 15 – Часові залежності зміни фідерних струмів ТП в режимі КЗ в тяговій мережі при довжині  $l_{ек} = 9 \text{ км}$ : 1– $i_1(t)$ ; 2– $i_2(t)$

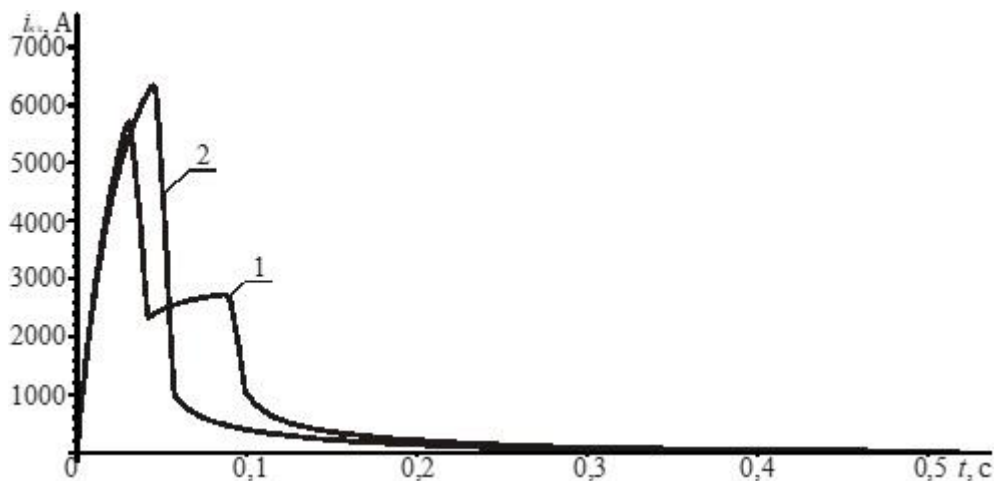


Рисунок 16 – Часові залежності зміни струму КЗ в тяговій мережі при різних довжині  $l_{ек}$ : 1–14 км; 2–9 км

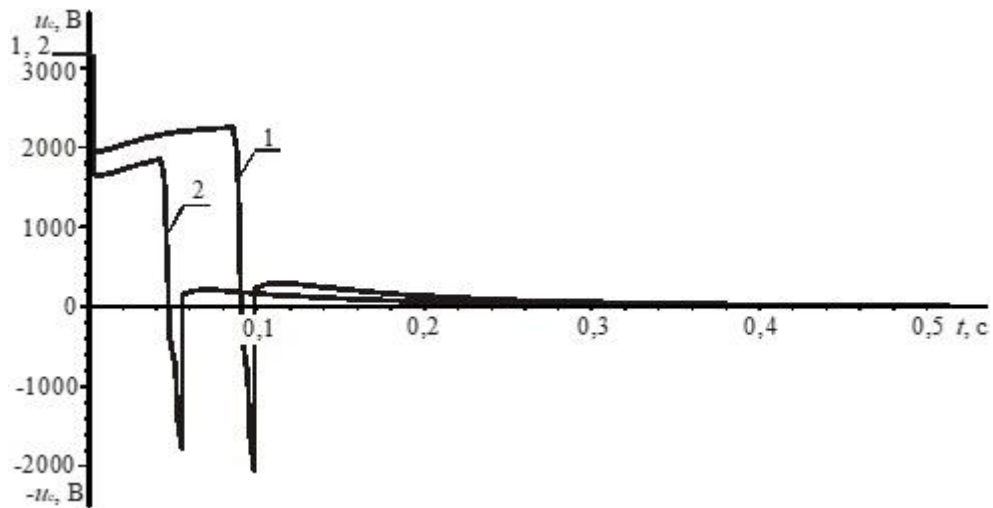


Рисунок 17 – Часові залежності зміни напруги на струмоприймачі ЕРС в режимі КЗ в тяговій мережі при різній довжині  $l_{ек}$ : 1–14 км; 2–9 км

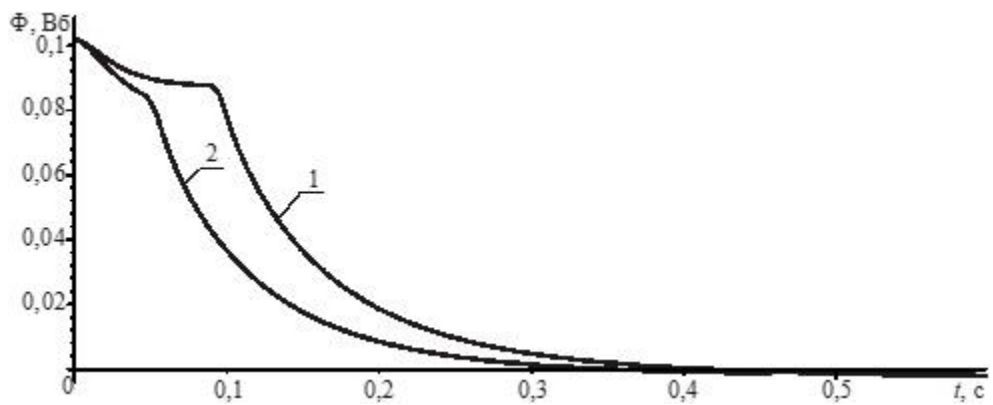


Рисунок 18 – Часові залежності зміни магнітного потоку ТЕД в режимі КЗ в тяговій мережі при різній довжині  $l_{ек}$ : 1–14 км; 2–9 км

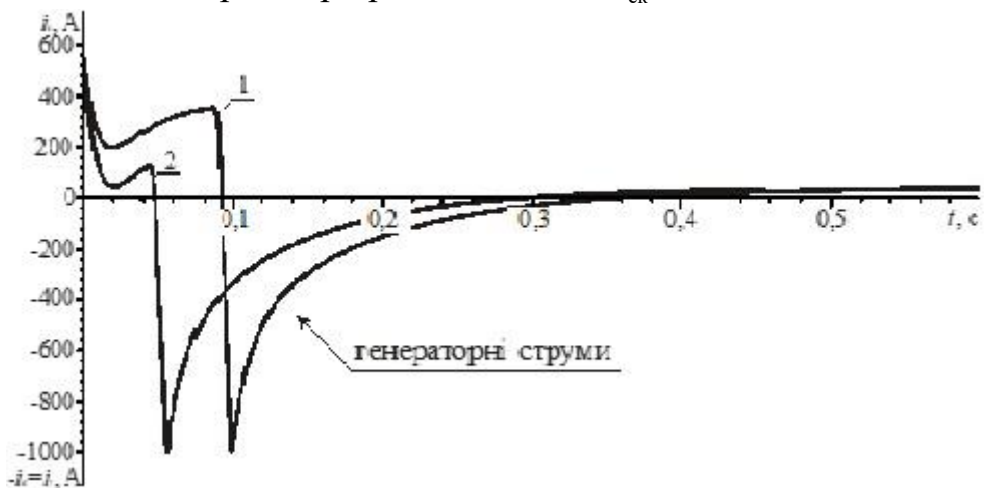


Рисунок 19 – Часові залежності зміни струму ЕРС, в режимі КЗ в ТМ при різній довжині  $l_{ек}$ : 1–14 км; 2–9 км

**Висновки.** У роботі виконано математичне моделювання аварійних режимів короткого замикання в системі електричної тяги постійного струму при різних схемах живлення та режимах роботи тягових електродвигунів. Розроблена модель враховує нелінійні характеристики магнітної системи, вихрові струми, режими послаблення збудження та особливості електромагнітних перехідних процесів, що забезпечило підвищення точності опису динаміки аварійних режимів.

У результаті досліджень встановлено закономірності зміни струмів короткого замикання, фідерних струмів, магнітного потоку та напруги на струмоприймачі залежно від розташування точки короткого замикання, схеми живлення та режиму збудження тягових двигунів. Визначено, що після вимикання швидкодіючих вимикачів можливий перехід тягових електродвигунів у генераторний режим, який супроводжується виникненням значних генераторних струмів.

Показано, що режими послаблення збудження призводять до збільшення тривалості генераторних процесів і зростання максимальних значень генераторного струму порівняно з режимом повного збудження. Встановлено, що демпферуючий вплив вихрових струмів суттєво впливає на характер зміни магнітного потоку та проти-електрорушійної сили тягових двигунів у перехідних режимах.

Отримані результати можуть бути використані для вдосконалення методів розрахунку аварійних режимів у системах електричної тяги постійного струму, оптимізації параметрів релейного захисту та підвищення надійності функціонування тягових електроприводів в умовах коротких замикань.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Riabov I., Goolak S., Kondratieva L., Overianova L. 2023, "Increasing the energy efficiency of the multi-motor traction electric drive of an electric locomotive for railway quarry transport". *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 42. 101428. DOI: 10.1016/j.jestch.2023.101428.
2. Radu P.V., Lewandowski M., Szelag A., Steczek M. 2022. "Short-Circuit Fault Current Modeling of a DC Light Rail System with a Wayside Energy Storage Device". *Energies*, Vol. 15. № 10. 3527. DOI: 10.3390/en15103527.
3. Liu J., Tan H., Shi Y., Ai Y., Chen S., Zhang C. 2022. "Research on Diagnosis and Prediction Method of Stator Interturn Short-Circuit Fault of Traction Motor". *Energies*, Vol. 15. № 10. 3759. DOI: 10.3390/en15103759.

4. Paul S., Han P.-W., Chang J., Chun Y.-D., Lee J.-G. 2022. “State-of-the-art review of railway traction motors for distributed traction considering South Korean high-speed railway”. *Energy Reports*. Vol. 8. pp. 15967–15989. DOI: 10.1016/j.egy.2022.10.411.
5. Singh R., Sharma P. 2021. “Electromagnetic transient analysis of railway traction drives during fault conditions”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 129. 106781. DOI: 10.1016/j.ijepes.2021.106781.
6. Wang J., Chen Z., Li Y. 2021. “Transient electromagnetic processes in DC traction power supply systems under short-circuit conditions”. *IEEE Access*. Vol. 9. pp. 118245–118257. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3107032.
7. He D., Liu H., Zhang X. 2020. “Modeling and analysis of fault current characteristics in urban rail transit DC traction systems”. *Electric Power Systems Research*. Vol. 189. 106682. DOI: 10.1016/j.epsr.2020.106682.
8. Wu T., Lin C., Huang P. 2019. “Dynamic simulation of DC traction motor considering magnetic saturation and eddy current effects”. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*. Vol. 5. № 4, pp. 1264–1275. DOI: 10.1109/TTE.2019.2945638.
9. Ma C., Zhao N., Sun Y. 2018. “Investigation of regenerative braking processes in DC railway traction systems”. *IET Electrical Systems in Transportation*. Vol. 8. № 2. pp. 92–100. DOI: 10.1049/iet-est.2017.0035.
10. Breugelmans S., Leterme W., Van Hertem D., Marcelis R. 2014. “Comparison of different methods to limit short circuit currents in DC traction networks”. *IEEE Transactions on Power Delivery*. Vol. 29. № 6. pp. 2455–2463. DOI: 10.1109/TPWRD.2014.2312013.
11. Zhang L., Xu Y., Chen M. 2024. “Nonlinear modeling of DC traction motors with transient fault analysis”. *Machines*. Vol. 12. № 2. 144. DOI: 10.3390/machines12020144.
12. Pastura M., Zigliotto M., Bolognani S. 2024. “Fault diagnosis in electrical machines for traction applications: A review”. *Machines*. Vol. 12. № 1. 51. DOI: 10.3390/machines12010051.
13. Liu L., Li B., Götting G., Xiang Y., Salem Q., Hamid M., Xie J. 2020. “Loss Minimization of Traction Systems in Battery Electric Vehicles Using Variable DC-Link Voltage Technique”. *IEEE Access*. Vol. 8. pp. 128777–128789. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3008390.
14. Pardo E., Dadhich A. 2023. “Electro-Thermal Modelling by Novel Variational Methods: Racetrack Coil in Short-Circuit”. *Superconductor Science and Technology*. Vol. 36. № 7. 074005. DOI: 10.1088/1361-6668/acd7dd.
15. Ramirez-Laboreo E., Roes M.G.L., Sagues C. 2024. “Hybrid Dynamical Model for Reluctance Actuators Including Saturation, Hysteresis and Eddy Currents”. *IEEE Access*. Vol. 12. pp. 22314–22328. DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3361182.
16. Thurner L., Braun M. 2018. “Vectorized Calculation of Short Circuit Currents Considering Distributed Generation”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. Vol. 98. pp. 231–241. DOI: 10.1016/j.ijepes.2017.11.044.
17. Mikhalichenko P., Nadtochii V., Nadtochiy A. 2019. “Defining energy indicators for detecting short circuits in a DC electric traction system”. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 5. № 8 (101). pp. 6–14. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.180796.
18. Steczek M., Szelağ A., Maciołek T. 2021. “Analysis of transient states in DC traction systems with energy storage devices”. *Energies*. Vol. 14. № 3. 812. DOI: 10.3390/en14030812.

## REFERENCES:

1. Riabov I., Goolak S., Kondratieva L., Overianova L. 2023, “Increasing the energy efficiency of the multi-motor traction electric drive of an electric locomotive for railway quarry transport”. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 42. 101428. DOI: 10.1016/j.jestch.2023.101428.
2. Radu P.V., Lewandowski M., Szelağ A., Steczek M. 2022. “Short-Circuit Fault Current Modeling of a DC Light Rail System with a Wayside Energy Storage Device”. *Energies*, Vol. 15. № 10. 3527. DOI: 10.3390/en15103527.

3. Liu J., Tan H., Shi Y., Ai Y., Chen S., Zhang C. 2022. “Research on Diagnosis and Prediction Method of Stator Interturn Short-Circuit Fault of Traction Motor”. *Energies*, Vol. 15. № 10. 3759. DOI: 10.3390/en15103759.
4. Paul S., Han P.-W., Chang J., Chun Y.-D., Lee J.-G. 2022. “State-of-the-art review of railway traction motors for distributed traction considering South Korean high-speed railway”. *Energy Reports*. Vol. 8. pp. 15967–15989. DOI: 10.1016/j.egy.2022.10.411.
5. Singh R., Sharma P. 2021. “Electromagnetic transient analysis of railway traction drives during fault conditions”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 129. 106781. DOI: 10.1016/j.ijepes.2021.106781.
6. Wang J., Chen Z., Li Y. 2021. “Transient electromagnetic processes in DC traction power supply systems under short-circuit conditions”. *IEEE Access*. Vol. 9. pp. 118245–118257. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3107032.
7. He D., Liu H., Zhang X. 2020. “Modeling and analysis of fault current characteristics in urban rail transit DC traction systems”. *Electric Power Systems Research*. Vol. 189. 106682. DOI: 10.1016/j.epsr.2020.106682.
8. Wu T., Lin C., Huang P. 2019. “Dynamic simulation of DC traction motor considering magnetic saturation and eddy current effects”. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*. Vol. 5. № 4, pp. 1264–1275. DOI: 10.1109/TTE.2019.2945638.
9. Ma C., Zhao N., Sun Y. 2018. “Investigation of regenerative braking processes in DC railway traction systems”. *IET Electrical Systems in Transportation*. Vol. 8. № 2. pp. 92–100. DOI: 10.1049/iet-est.2017.0035.
10. Breugelmans S., Leterme W., Van Hertem D., Marcelis R. 2014. “Comparison of different methods to limit short circuit currents in DC traction networks”. *IEEE Transactions on Power Delivery*. Vol. 29. № 6. pp. 2455–2463. DOI: 10.1109/TPWRD.2014.2312013.
11. Zhang L., Xu Y., Chen M. 2024. “Nonlinear modeling of DC traction motors with transient fault analysis”. *Machines*. Vol. 12. № 2. 144. DOI: 10.3390/machines12020144.
12. Pastura M., Zigliotto M., Bolognani S. 2024. “Fault diagnosis in electrical machines for traction applications: A review”. *Machines*. Vol. 12. № 1. 51. DOI: 10.3390/machines12010051.
13. Liu L., Li B., Götting G., Xiang Y., Salem Q., Hamid M., Xie J. 2020. “Loss Minimization of Traction Systems in Battery Electric Vehicles Using Variable DC-Link Voltage Technique”. *IEEE Access*. Vol. 8. pp. 128777–128789. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3008390.
14. Pardo E., Dadhich A. 2023. “Electro-Thermal Modelling by Novel Variational Methods: Racetrack Coil in Short-Circuit”. *Superconductor Science and Technology*. Vol. 36. № 7. 074005. DOI: 10.1088/1361-6668/acd7dd.
15. Ramirez-Laboreo E., Roes M.G.L., Sagues C. 2024. “Hybrid Dynamical Model for Reluctance Actuators Including Saturation, Hysteresis and Eddy Currents”. *IEEE Access*. Vol. 12. pp. 22314–22328. DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3361182.
16. Thurner L., Braun M. 2018. “Vectorized Calculation of Short Circuit Currents Considering Distributed Generation”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. Vol. 98. pp. 231–241. DOI: 10.1016/j.ijepes.2017.11.044.
17. Mikhalichenko P., Nadochii V., Nadochiy A. 2019. “Defining energy indicators for detecting short circuits in a DC electric traction system”. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 5. № 8 (101). pp. 6–14. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.180796.
18. Steczek M., Szelaż A., Maciołek T. 2021. “Analysis of transient states in DC traction systems with energy storage devices”. *Energies*. Vol. 14. № 3. 812. DOI: 10.3390/en14030812.

*Стаття надійшла до редакції: 08.04.2026; рецензування: 15.04.2026;*

*прийнята до публікації 21.04.2026. Автори прочитали і дали згоду рукопису.*

*The article was submitted on 08.04.2026; revised on 15.04.2026; and accepted for publication on 21.04.2026. The authors read and approved the final version of the manuscript.*